This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**Über dieses Buch**

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

**Nutzungsrichtlinien**

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

**Über Google Buchsuche**

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Mus 340.76.10

Harvard College Library

FROM

Rev C. S. Hutchins

MUSIC LIBRARY

# Untersuchungen

über die

# Zusammensetzung der Klänge

## der Streichinstrumente.

---

**Physikalisch-musiktheoretische Abhandlungen,**

Physikern und Musikern gewidmet

von

**Dr. J. Ritz.**

**MÜNCHEN.**
Commissionsverlag der G. Franz'schen k. b. Hof-Buch- & Kunsthandlung
**1883.**

o

# Untersuchungen

über die

# Zusammensetzung der Klänge

## der Streichinstrumente.

Physikalisch-musiktheoretische Abhandlungen,

Physikern und Musikern gewidmet

von

**Dr. J. Ritz.**

**MÜNCHEN.**
G. Franz'sche h. b. Hof-Buchdruckerei (G. Emil Mayer).
**1883.**

Mus 258.1.64

v

HARVARD COLLEGE
APR 13 1918
LIBRARY

Mus 340.76.10

Rev. E. S. Hutchins,
Concord, Mass.

# Vorwort.

Eine Untersuchung über die Klänge gestrichener Saiten wird an die entsprechenden Arbeiten von Helmholtz, über welche derselbe in seinem Werke „Die Lehre von den Tonempfindungen“ *) berichtet hat, anknüpfen müssen. Gestützt auf Versuche mit dem Vibrationsmikroscop vermochte Helmholtz die ganze Bewegung einer gestrichenen Saite sowie die Stärke der einzelnen Obertöne, die ihren Klang zusammensetzen, zu berechnen. Allein mathematische Entwicklungen müssen naturgemäss allgemein gehalten sein, d. h. sie umfassen alle möglichen Fälle, ohne auf die Spezialität des einzelnen Falles einzugehen. So gelten auch die Resultate, zu denen Helmholtz durch die mathematische Theorie geführt wurde, für jede beliebige gestrichene Saite, woraus aber durchaus nicht folgt, dass die Klänge aller möglichen Saiten beim Streichen die gleiche Zusammensetzung aus Obertönen haben müssen. Wer möchte daran zweifeln, dass die Individualität der einzelnen Saite, ihre Länge, Dicke, Spannung, Steifheit, Materie etc. die Zusammensetzung des Klanges in der Weise beeinflussen werde, dass, unbeschadet der Helmholtz'schen Theorie, je nach den Verhältnissen bald eine grössere bald eine geringere Anzahl von Obertönen den Klang bilden, dass also der Klang bald reicher bald ärmer ausfallen werde.

Die Streichinstrumente bieten inbezug auf die Saiten eine grosse Mannigfaltigkeit von Unterschieden dar; so ist z. B. die Violine mit ganz anderen Saitenindividuen bespannt, als das Violoncello; auf ein und demselben Instrumente ändert sich ferner während des Spieles die Länge der Saiten in stetigem Wechsel, insoferne ja durch den Druck der Finger der linken Hand jenes Stück der Saite, welches jeweils den Klang gibt, bald kürzer bald länger genommen wird. Soll die Zusammensetzung des Klanges in allen diesen verschiedengearteten Fällen dieselbe bleiben? — Dies schien mir sehr unwahrscheinlich, umsomehr als der geübte Hörer in derartigen Fällen häufig deutliche Klangunterschiede herauszuhören vermag; ein einziges

*) IV. Auflage, pag. 137 u. ff., sowie Beilage VI. pag. 616.

Beispiel möge hier zum Belege angeführt werden: Jeder Musiker kennt von weitem den Unterschied, der besteht, wenn der Klang $e_2$ einmal auf der leeren E Saite, dann auf der A Saite der Violine gespielt wird. Die beiden Klänge unterscheiden sich dadurch, dass im ersteren Falle eine freie Saite, im zweiten eine durch Fingerdruck verkürzte Saite erklingt; im letzteren Falle muss wohl die Zusammensetzung des Klanges eine andere sein.

Solche Ueberlegungen veranlassten mich, die verschiedenen Klänge, welche sich auf einem Streichinstrumente hervorrufen lassen, genauer zu durchmustern und womöglich deren Zusammensetzung zu bestimmen. Ich führte die Untersuchung zunächst für die Violine aus und dadurch sind die beiden ersteren unter den vorliegenden Abhandlungen entstanden. Die Resultate, zu denen ich hiebei geführt wurde, waren für mich überraschend und scheinen mir auch für weitere Kreise beachtenswert zu sein. Es zeigte sich, dass die Klänge der Violine je nach der Lage des Bogens und je nachdem die Saiten durch Fingerdruck mehr oder weniger verkürzt sind, eine sehr mannigfaltige und wechselnde Zusammensetzung haben. Hieraus erklärten sich manche den Musikern bekannte Abstufungen der Klangfarbe; es ergaben sich ferner hiedurch sichere Anhaltspunkte und rationelle Gründe für die Stellung, welche der Bogen auf der Saite einnehmen soll, worüber bisher nur unbestimmte Regeln ohne weitere Begründung im Umlauf sind. Andererseits wurde dadurch der Violine (und auch den übrigen Streichinstrumenten) eine bedenkliche Schwäche nachgewiesen, denn ihre Klänge sind in ihrer Zusammensetzung ungleichartig und wechselnd, und das ist im allgemeinen ein misslicher Uebelstand. Jene Enthusiasten, welche die Violine als ein wundervolles, gleichsam göttliches Instrument zu verehren gewohnt sind, mögen durch diese Ergebnisse daran erinnert werden, dass die Streichinstrumente eben Werke von Menschenhand sind und daher auch entsprechende Fehler an sich tragen. Wollte man aber geltend machen, dass diese schwankende Zusammensetzung der Violinklänge für das Gehör kaum merklich sei, da uns dieselben alle ziemlich gleichartig erscheinen, so würde dadurch die Schwäche des Instrumentes auf unser Gehörorgan hinüber gewälzt, welches nicht empfindlich genug wäre, ein Plus oder Minus von mehreren Obertönen im Klange wahrzunehmen. Ich glaube indessen, dass geübte Hörer die meisten der in den folgenden Untersuchungen konstatierten Klangänderungen auch wirklich deutlich wahrzunehmen imstande sind.

Die merkwürdigen Resultate, welche ich für die Violine fand, drängten mich dazu, die Klänge eines anderen Streichinstrumentes, des Violoncello's,

in gleicher Weise zu durchmustern, einmal um zu prüfen, ob sich hier die gleichen Thatsachen ergeben würden, dann aber, um etwaige Unterschiede für die im Baue doch sehr verschiedenen Instrumente aufzudecken. Hiedurch ergab sich die dritte der vorliegenden Abhandlungen.

Bei den Versuchen, die ich an den einzelnen Saiten der Violine und des Violoncello's anstellte, störte mich sehr häufig der Umstand, dass die übrigen freien Saiten des Instrumentes sehr kräftig zum Mitklingen kamen, so dass ich in der Folge gezwungen war, die freien Saiten durch Baumwolle zu dämpfen oder sie ganz zu beseitigen. Hiedurch wurde ich aber auf die Frage geführt, ob denn die Thatsache des Mitklingens der freien Saiten für die Klangfarbe der Streichinstrumente von Bedeutung sei. Die Untersuchungen hierüber habe ich in der vierten Abhandlung zusammengestellt.

Alle hier in Betracht kommenden Fragen erforderten bei ihrer Behandlung Gewandtheit in der Führung des Bogens sowie insbesondere auch ein geschärftes und in der Unterscheidung der Tonhöhen und in der Wahrnehmung der Obertöne geübtes Ohr. Ich erachte es als eine Pflicht der Dankbarkeit, an dieser Stelle anzuführen, dass mich mein Vater schon in früher Jugend in der Kunst, den Bogen zu führen, unterwiesen hat. Durch ihn bin ich überhaupt nach verschiedenen Richtungen hin in das grosse und herrliche Gebiet der Musik eingeführt worden. Ohne diese Bemühungen des Vaters wäre mir wohl die Durchführung der vorliegenden Untersuchungen sehr erschwert worden, vielleicht auch gar nicht gelungen.

Zum Schlusse kann ich den Wunsch nicht unterdrücken, es möchten auch Andere die von mir begonnenen Untersuchungen aufgreifen, prüfen und weiterführen; die genauere Ergründung der Natur jener Klänge, durch welche die Menschheit ihre höchste Lust und ihren tiefsten Schmerz zum Ausdruck zu bringen vermag, ist ohne Zweifel eine der würdigsten Aufgaben der Naturforschung.

München im August 1883.

J. Ritz.

# Inhalt.

**I. Abhandlung:**

**Die Zusammensetzung des Klanges der leeren Saiten der Violine.**

Seite 1—22.

Durch den Strich werden alle Obertöne aus dem Klange ausgetilgt, von welchen Knotenpunkte in einen Bereich (Spielbreite) fallen, der sich zu beiden Seiten des Bogens bis zu gewissen Grenzen hin erstreckt. Bestimmung der Spielbreite durch den Versuch für alle Obertöne der leeren Saiten, soweit diese ansprechen. Es zeigt sich, dass die Obertöne am vollkommensten ansprechen, wenn der Bogen auf deren ersten schwingenden Abteilung wirkt. Bestimmung der Zusammensetzung der Klänge für verschiedene Lagen des Bogens. Aenderung des Klanges mit der Aenderung in der Stellung des Bogens. Günstigste Lage des Bogens. Bestimmung der Strecke, innerhalb deren der Bogen auf der Saite gebraucht werden soll. — Resultate.

**II. Abhandlung:**

**Die Zusammensetzung des Klanges der durch Fingerdruck verkürzten Saiten der Violine.**

Seite 23—45.

Bestimmung der Spielbreite für zwei verschiedene Lagen des drückenden Fingers. Die Saiten geben umsoweniger Obertöne, je kürzer der schwingende Teil durch Fingerdruck geworden ist. Bestimmung der Zusammensetzung der meisten Violinklänge für verschiedene Lagen des Bogens. Die Zusammensetzung der Klänge zeigt sich sehr verschiedenartig und in weiten Grenzen schwankend. Ansicht über den Grund, warum die Klänge des Instrumentes trotz ihrer sehr verschiedenartigen Zusammensetzung doch einen gleichartigen Eindruck auf unser Gehör hervorrufen. — Resultate.

## III. Abhandlung:

### Die Zusammensetzung der Klänge des Violoncells.

Seite 46—63.

Bestimmung der Spielbreite für leere und verkürzte Saiten, wie im Fall der Violine. Die Saiten des Cellos zeigen sich ungleichartig; im allgemeinen sind sie den Violinsaiten an Fähigkeit, Obertöne wiederzugeben, überlegen. Bestimmung der Zusammensetzung der meisten Klänge des Cello's; die Klänge dieses Instrumentes sind im allgemeinen etwas reicher als die entsprechenden Klänge der Violine. Im Uebrigen weichen die Ergebnisse für das Violoncell von den für die Violine gewonnenen wenig ab. — Resultate.

## IV. Abhandlung:

### Das Mitklingen der freien Saiten.

Seite 64—88.

Untersuchung über die Einwirkung einer Saite auf eine gleich gestimmte Saite desselben Instrumentes, unter Berücksichtigung aller den Klang zusammensetzenden Obertöne. Dabei zeigt sich, dass die Flageolettöne nicht einfache Töne, sondern zusammengesetzte Klänge sind. Einwirkung einer Saite auf eine andere, deren Klang ein beliebiges Intervall mit dem Klang der ersteren bildet. Zusammenstellung der Fälle, in welchen beim Spiel der Streichinstrumente die freien Saiten hörbar mitklingen. Die Erscheinung des Mitklingens beeinflusst die Klänge der Streichinstrumente im allgemeinen günstig; da aber nicht alle Klänge gleichmässig davon betroffen werden, so liegt im Mitklingen auch ein Grund für Ungleichartigkeit der Klänge dieser Instrumente. — Resultate.

# I.

# Die Zusammensetzung des Klanges der leeren Saiten der Violine.

Den theoretischen Untersuchungen von Helmholtz*) zufolge sind auf einer gestrichenen Saite bei guter Ansprache derselben alle Obertöne vorhanden, welche bei dem bestehenden Grad von Steifigkeit der Saite überhaupt sich bilden können, und zwar nach der Höhe hin in abnehmender Stärke. Die Schwingungsweite sowohl als die Intensität des zweiten Tones ist ein Viertel von der des Grundtones, die des dritten Tones ein Neuntel, die des vierten ein Sechzehntel etc. Zur Ergänzung gehört hieher der Satz von Thomas Young, welcher aussagt, dass, wenn man eine Saite zupft oder schlägt, oder, wie Helmholtz**) hinzufügt, streicht in einem solchen Punkte ihrer Länge, welcher Knotenpunkt irgend eines ihrer Obertöne ist, dass dann diejenigen einfachen Schwingungsformen der Saite, welche in dem angegriffenen Punkte einen Knoten haben, in der Gesamtbewegung der Saite nicht enthalten sind. Diese beiden ebengenannten Sätze ermöglichen es, jene Reihe von Obertönen zu finden, welche einen gegebenen, durch Streichen hervorgerufenen Saitenklang zusammensetzen, vorausgesetzt, dass es gelingt, jene Obertöne auszuscheiden, welche nach dem Satze von Young durch die Strichstelle beseitigt werden, sowie jene, welche infolge der Steifheit der Saiten nicht mehr entstehen können.

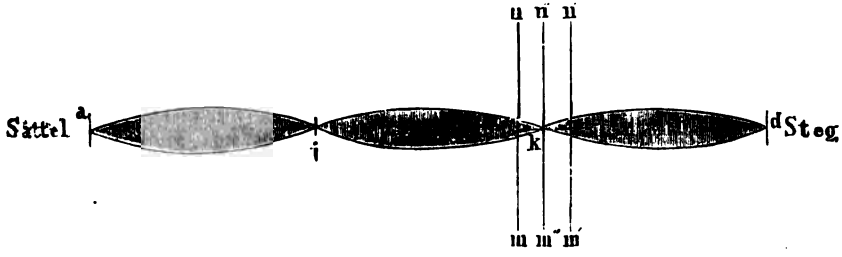
Diese beiden Aufgaben sollen nun in Folgendem in Angriff genommen werden und zwar wende ich mich zunächst zur Beantwortung der ersteren Frage, welche, wie sich im Verlaufe der Untersuchungen zeigen wird, die wichtigere ist, nämlich der Frage: Welche Obertöne fallen aus dem Klange der gestrichenen Saiten infolge des Streichens hinweg?

Man könnte nun meinen, dass nach dem Satz von Th. Young eigentlich nur ein einziger Oberton infolge des Streichens ausbleiben werde, nämlich jener, der an der gestrichenen Stelle einen Knotenpunkt hat.***) Es zeigt sich indessen bei genauer Ueberlegung, dass die Strichstelle mehrere Obertöne überdecken, d. h. zum Ausfall bringen kann und muss. Denn erstens ist die Strichstelle selbst kein blosser Punkt,

*) Helmholtz, Tonempfindungen, pag. 143.
**) l. c. pag. 89.
***) Oder auch dessen Oktaven.

sondern erreicht eine merkliche messbare Breite, ausserdem ist wohl zu vermuten, dass ein Oberton auch nicht leicht oder überhaupt gar nicht auftreten wird, wenn der Bogen nur in sehr kleiner Entfernung von einem seiner Knotenpunkte wirkt. Um das Letztere klar zu machen, müssen wir etwas näher auf die Art und Weise der Bewegung, die den Obertönen zugrunde liegt, eingehen. Denken wir uns, wir wollten den dritten Oberton einer Saite isoliert durch Streichen hervorrufen. Dabei muss sich die Saite in drei gleichlange schwingende Teile zerlegen, wie dies die folgende Figur veranschaulicht:

**Figur 1.**




Um diese Schwingungsform durch Streichen herzustellen, berührt man die Saite leise mit dem Finger in einem der Knotenpunkte, etwa in **i** und streicht nach dem Satze von Young irgendwo, nur nicht in dem anderen Knotenpunkte k. Der Bogen kann also die Stellung mn oder m'n' haben, aber nicht die Stellung m''n'' (Figur 1).

Ich vermutete nun, dass der Oberton auch schon ausbleiben werde, wenn der Bogen dem Knotenpunkte k von der einen oder anderen Seite her bis auf eine gewisse Strecke nahe kommt; denn der Knotenpunkt ist doch jener Punkt der schwingenden Saite, dessen Excursionen nahezu gleich Null sind, und es ist klar, dass dieses verhältnismässige Ruhigbleiben durch die Nähe eines kräftig wirkenden Bogens verhindert d. h. also das Auftreten des Obertones unmöglich gemacht werden muss. Angenommen, meine Vermutung ist richtig, so gibt es für den Bogen eine äusserste Lage rechts*) vom Knotenpunkt, (es sei diese m'n' Fig. 1), über welche hinaus er sich diesem nicht nähern darf, wenn beim Streichen der Oberton noch auftreten soll, ebenso gibt es links vom Knotenpunkt eine solche äusserste Lage m n. Diese beiden äussersten Lagen des Bogens mn und m'n' schliessen dann eine Strecke **bc** auf der Saite ein, für welche der Oberton ausfällt, sobald der Bogen auf ihr wirkt. Angenommen ferner, es existiere für alle Obertöne eine solche Strecke **bc**, so folgt hieraus weiter, dass der Bogen beim Streichen jeden Oberton auslöscht, von dem ein Knotenpunkt ihm links bis auf die Strecke **kc** und rechts bis auf die Strecke **bk** (Fig. 1) nahekommt, so dass also, wenn wir einstweilen jene

*) Der Bequemlichkeit und Deutlichkeit im Ausdruck wegen nehmen wir an, (entsprechend der Fig. 1), der Leser habe ein Streichinstrument so vor sich liegen, dass rechts von ihm der Steg, links der Sattel sich befinde. Auf diese Annahme beziehen sich die im Folgenden öfters angewandten Ausdrücke „rechts" und „links."

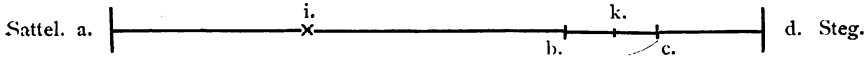
Strecke der Saite, die der Bogen selbst mit den Haaren bestreicht, mit ε bezeichnen, alle jene Obertöne vom Bogen ausgelöscht werden, von denen Knotenpunkte in einen Bereich fallen, der von links nach rechts gerechnet, auf der Saite die Länge kc + ε + bk hat. Sollte sich diese Länge als einigermassen beträchtlich herausstellen, so folgt daraus endlich, dass infolge der Strichstelle des Bogens eine beträchtliche Anzahl von Obertönen aus dem Klange der gestrichenen Saite hinwegfallen könne oder dass der Bogen selbst in die Reihe der Obertöne eine bedeutende Lücke reissen kann.

Einige Vorversuche reichten hin, um mich davon zu überzeugen, dass wirklich eine solche Strecke **bc** existiere, und die eben ausgeführten Ueberlegungen schienen mir Gründe genug in sich zu enthalten, es zu versuchen, für diese Strecke **bc** auf experimentellem Wege einen möglichst genauen Wert zu bestimmen. Denn nur hiedurch wird man in den Stand gesetzt, jene Anzahl von Obertönen zu bestimmen, welche infolge des Streichens mit dem Bogen aus dem Gesamtklang einer Saite ausfallen. Es schien mir im übrigen noch aus anderen Gründen wünschenswert, diese Sache genauer zu studieren: ich konnte im Voraus ziemlich sicher annehmen, dass die Strecke **bc** sich ändern werde mit der Länge, Dicke und mit anderen Eigenschaften der Saite, und so hoffte ich durch Bestimmung von **bc** für die einzelnen Instrumente, die ja mit sehr verschiedenartigen Saiten bespannt sind, Unterschiede konstatieren zu können, welche nicht ohne Bedeutung für den Klangcharakter derselben sein würde. Ich dachte sogar daran, dass sich vielleicht durch Untersuchung dieser Frage Kriterien gewinnen liessen, um die Güte einer Saite einer experimentellen Probe zu unterziehen, denn eine Saite ist meiner Ansicht nach dann musikalisch gut brauchbar, wenn ihre Obertöne bis zu einer gewissen Ordnungszahl hinauf leicht und gleichmässig kräftig ansprechen, und das wird bei einer Saite der Fall sein, wenn die Strecke **bc** für dieselbe durchschnittlich möglichst klein ausfällt.

Ich ging also daran, diese oben definierte Strecke **bc** für die einzelnen Saiten der Violine und des Violoncello's zu bestimmen und zwar für alle Obertöne, soweit diese ansprechen, sowohl der leeren Saiten als auch der durch Fingerdruck verkürzten Saiten. Es war das eine sehr umständliche und zeitraubende Arbeit, die indessen, wie sich im Verlauf der folgenden Untersuchungen zeigen wird, durch den Gewinn von manchen wichtigen Folgerungen und von sicheren Aufschlüssen über bislang noch unklare Dinge belohnt wurde. Zugleich wurde hiedurch auch das andere der beiden eingangs aufgestellten Postulate, nämlich zu bestimmen, wie weit die Obertöne überhaupt zustande kommen, respektive von welcher Ordnungszahl an die Obertöne vermöge der Steifheit der Saiten nicht mehr ansprechen, für die verschiedenen Saiten dieser Streichinstrumente erledigt.

Zur Feststellung der Strecke **bc** verfuhr ich in einer Weise, die ich an der folgenden Figur 2 genauer auseinandersetzen kann. Zunächst wurde die ganze Länge **ad** der Saite gerechnet vom Sattel bis zum Steg, genau

**Figur 2.**



mit Hilfe eines Massstabes, der noch halbe Millimeter angab, bestimmt. Hierauf suchte ich die Länge der einzelnen Teile, in welche sich die Saite zerlegen muss, wenn der zu untersuchende Oberton erklingen soll; man findet bekanntlich die Partiallänge, indem man in die Gesamtlänge der Saite durch die Ordnungszahl des Obertones dividiert. Diese Partiallänge wurde nun vom Sattel aus mit dem Massstabe genau auf die Saite aufgetragen und der Endpunkt i der Strecke, also der dem Sattel zunächst liegende Knotenpunkt des betreffenden Obertones, durch einen Bleistiftstrich auf der Saite markiert. Ebenso wurde der dem Steg benachbarte Knotenpunkt k gefunden. Um nun den Oberton durch Streichen hervorzurufen, muss man den Knotenpunkt i irgendwie schwach festhalten. Anfangs benützte ich, wie man das gewöhnlich thut, die Spitze des Zeigefingers hiezu. In der Folge zog ich es jedoch meist vor, den Knotenpunkt i durch einen aus Baumwollwatte passend zusammengedrehten und am Punkt i unter die Saite gelegten Wulst zu fixiren. Diese Art, den Knotenpunkt festzuhalten, ist der Berührung mit dem Finger vorzuziehen, namentlich bei höheren Obertönen; man kann hiedurch die Stelle i viel sicherer und präciser fixieren und hat obendrein den Vorteil, über die linke Hand für andere Zwecke frei verfügen zu können. Kommt nun der Bogen zur Verwendung, so kann man leider das Instrument nicht so in die Hand nehmen, wie beim gewöhnlichen Spiel, weil sich hiebei während des Spielens die Strichstelle des Bogens nicht genau beobachten liesse; dasselbe wird wohl am besten horizontal auf einen Tisch gelegt, so, dass der Sattel links, der Steg rechts zu liegen kommt. Diese Lage wird sich besonders bei Versuchen am Cello und der Bassgeige empfehlen. Die Violine und Viola lassen sich wohl auch mit der linken Hand frei in der Luft so halten, dass man mit der rechten Hand einen guten Strich ausführen und zugleich die Strichstelle beobachten kann.

Ich strich nun mit dem Bogen zuerst auf der Strecke **kd** möglichst senkrecht zur Saite, und, wenn der Oberton gut ansprach, so veränderte ich allmählich die Strichstelle und sah genau zu, wie weit der Bogen dem Knotenpunkt k nahe gebracht werden kann, ohne dass der Oberton aufhört anzusprechen. Diese äusserste Stelle c wurde wieder durch einen Bleistiftstrich auf der Saite markiert und diese Marke durch wiederholte Versuche in ihrer Lage genauer festgestellt. Ebenso näherte ich mich von der anderen Saite, mit dem Bogen streichend, dem Knotenpunkte k und bestimmte die andere Grenze b. Als Grenze wurde beiderseits das äusserste, dem Knotenpunkt zugekehrte Haar des streichenden Bogens genommen, so dass die Mitte der Berührungsbreite des Bogens beiderseits um $^1/_2\varepsilon$ weiter von k entfernt ist, als die Marken b und c, wenn man, wie das schon oben erwähnt wurde, die Breite der Berührung zwischen Bogen und Saite mit $\varepsilon$ bezeichnet. Der Raum zwischen den beiden Marken b und c wurde nun genau mit dem Massstabe abgemessen, und so war **bc** bestimmt. Da endlich die Lage von k bekannt ist, so liessen sich auch die beiden Teilstrecken **kc** und **kb** bestimmen. Den letzteren hatte ich anfänglich keine weitere Aufmerksamkeit zugedacht; es zeigte sich jedoch gleich bei den ersten Versuchen, dass k nicht, wie ich erwartet hatte, die Mitte zwischen b und c bildet, sondern dass durchgängig kb $>$ kc sei, ein Umstand, der, wie sich später zeigen wird, eine Berücksichtigung erforderte.

In der folgenden Tabelle I gebe ich nun die Werte an, die ich für die Grössen **bc**, **kc** und **kb** in der eben beschriebenen Weise für die Obertöne der leeren Saiten einer Violine gefunden habe. Ich muss voraus bemerken, dass die einzelnen Werte dieser Tabelle nicht etwa nur auf einem einzigen Versuche beruhen; ich habe vielmehr zuerst mehrere Tabellen zu gleichem Zwecke bestimmt, die ich hier nicht mitteilen werde, weil die einzelnen Werte zu weit von einander abwichen und zum teil übermässig gross ausfielen. Dies rührte davon her, dass ich anfangs noch nicht gehörig geübt war, bei der oben erwähnten ungewöhnlichen Lage des Instrumentes durch einen richtigen Bogenstrich die Obertöne hervorzulocken. Schon in einer ziemlich beträchtlichen Entfernung des Bogens vom Knotenpunkt sprechen die Obertöne schwierig an und es bedarf einer sehr korrekten Bogenführung, die erst für die ungewöhnliche Lage eingeübt werden muss, wenn die Grenzen zu beiden Seiten des Knotenpunktes soweit verengert werden sollen, wie sie in der folgenden Tabelle angegeben sind. Von ganz besonderem Einfluss auf diese Grenzen ist aber die Güte und Homogenität der Saiten. Ich hatte anfänglich ganz gewöhnliche Saiten benützt und dabei für **bc** sehr von einander abweichende, teilweise sehr grosse Werte gefunden. Ich glaube in der That, dass sich die Güte einer Saite und ihre Homogenität dadurch zeigen muss, dass diese Strecke **bc** für alle Obertöne ziemlich klein ausfällt und möglichst wenig Schwankungen in ihrem Werte zeigt und ich behalte mir für eine andere Gelegenheit vor, weitere Untersuchungen hierüber anzustellen Erst, als ich mir möglichst gute Saiten verschaffte, wie sie von Künstlern zu Conzerten benützt werden, gelangte ich zu gleichartigen Werten, welche Vertrauen verdienen, und diese sind in der folgenden Tabelle I zusammengestellt. Man könnte vermuten, dass bei noch besserem Striche, als ich ihn ausführen kann, die Grenzen enger ausfallen würden, ich halte dies aber auf grund der vielen Versuche, die ich hierüber anstellte, für sehr unwahrscheinlich. Nichts destoweniger würde ich es begrüssen, wenn Jemand, der den Bogen gut führen kann, meine Versuche revidieren würde, bin aber im voraus überzeugt, dass er nur mithilfe von noch besseren Saiten kleinere Zahlen erreichen könnte. Ich komme übrigens bald auf eine Methode zu sprechen, durch welche man die in der Tabelle angegebenen Zahlen in anderer Weise prüfen kann.

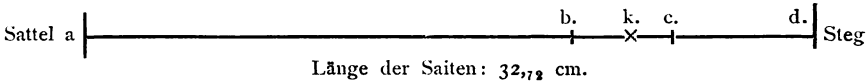
Eine andere Frage muss hier noch erwähnt werden, nämlich die, ob nicht die Güte des Instrumentes selbst von Einfluss auf diese Zahlen sein könnte. Ich wendete zu meinen Versuchen eine sehr gute Violine von Amati an, für mich steht es indessen ausser allem Zweifel, dass die Güte des Instrumentes auf die in diesem Abschnitt behandelten Versuche ohne merklichen Einfluss ist. Man könnte die Versuche vielleicht auch an Saiten, die über ein beliebiges Brett gespannt sind, ausführen Es steht fest, dass ein Instrument nur dann einen guten Klang hat, wenn es vermöge der Elastizität seiner Wände alle Obertöne des Klanges einer guten Saite in richtigem Masse verstärkt an die Luft abgeben kann; aber das beste Instrument kann keinen Oberton erklingen lassen, der nicht im Klang der Saite enthalten wäre; die Saite spielt die tonangebende Rolle, das Instrument kann nur die Töne der Saite verstärken. Es kann also umge-

kehrt kein Oberton durch das Instrument auf die Saite übertragen werden, das heisst, die Saite kann nicht durch das Instrument gezwungen werden, in ihre Gesamtbewegung einen Oberton aufzunehmen, der nicht schon infolge des Striches darin enthalten ist. Auf eine zweite freie Saite desselben Instrumentes können allerdings durch die Bewegungen des Instrumentes Töne übertragen werden, aber auch eben nur solche, die durch Streichen der ersten Saite erregt wurden. Näheres hierüber in einem späteren Abschnitt (IV).

Die Zahlen der Tabelle bedeuten Centimeter; die Höhe der einzelnen Obertöne habe ich durch Indices bezeichnet, es bedeutet z. B. $a_1$ den Grundton der leeren A Saite der Violine, $a_2$ die erste höhere Oktave davon, a die nächst tiefere Oktave, $a_{-1}$ die tiefere Doppeloktave u. s. w. Die Tabelle beginnt mit dem dritten Oberton; der zweite Oberton hat nur einen freien Knotenpunkt, welcher, wenn der Oberton ansprechen soll, unterstützt werden muss und dadurch selbst zu einem festen Knotenpunkt wird, während in allen übrigen Fällen der Punkt k ein freier Knotenpunkt ist. Deswegen konnte der zweite Oberton mit den übrigen bei vorliegenden Versuchen nicht in eine Reihe gestellt werden.

## Tabelle I.

## Violine. Leere Saiten.




Länge der Saiten: 32,72 cm.

| Nr. des Ober-tones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3. | E. | $h_3$ | 1,1 | 0,55 | 0,55 | 10,91 | |
| | A. | $e_3$ | 1,2 | 0,65 | 0,55 | | |
| | D. | $a_2$ | 1,2 | 0,6 | 0,6 | | |
| | G. | $d_2$ | 1,3 | 0,65 | 0,65 | | |
| 4. | E. | $e_4$ | 1,3 | 0,7 | 0,6 | 8,2 | |
| | A. | $a_3$ | 1,6 | 0,85 | 0,75 | | |
| | D. | $d_3$ | 1,7 | 0,9 | 0,8 | | |
| | G. | $g_2$ | 1,7 | 0,8 | 0,9 | | |
| 5. | E. | $gis_4$ | 1,4 | 0,7 | 0,7 | 6,54 | |
| | A. | $cis_4$ | 1,8 | 1,0 | 0,8 | | |
| | D. | $fis_3$ | 1,4 | 0,85 | 0,55 | | |
| | G. | $h_2$ | 1,3 | 0,75 | 0,55 | | |
| 6. | E. | $h_4$ | 1,5 | 0,9 | 0,6 | 5,45 | |
| | A. | $e_4$ | 1,4 | 0,8 | 0,6 | | |
| | D. | $a_3$ | 1,5 | 0,85 | 0,65 | | |
| | G | $d_3$ | 1,5 | 0,8 | 0,7 | | |

| Nr. des Ober-tones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7. | E. | $d_5$ | 1,4 | 0,8 | 0,6 | 4,67 | |
| | A. | $g_4$ | 1,3 | 0,75 | 0,55 | | |
| | D. | $c_4$ | 1,5 | 0,8 | 0,7 | | |
| | G. | $f_3$ | 1,7 | 1,0 | 0,7 | | Spricht links schwer an und kollidiert mit $g_3$. |
| 8. | E. | $e_5$ | 1,3 | 0,55 | 0,75 | 4,09 | Etwas unsicher. |
| | A. | $a_4$ | 1,5 | 0,75 | 0,75 | | |
| | D. | $d_4$ | 1,5 | 0,85 | 0,65 | | |
| | G. | $g_3$ | 1,3 | 0,7 | 0,6 | | |
| 9. | E. | $fis_5$ | 1,1 | 0,55 | 0,55 | 3,64 | Links unsicher (Gelispel). |
| | A. | $h_4$ | 1,2 | 0,65 | 0,55 | | |
| | D. | $e_4$ | 1,35 | 0,75 | 0,6 | | |
| | G. | $a_3$ | 1,1 | 0,5 | 0,6 | | |
| 10. | E. | $gis_5$ | | | | 3,27 | Ist noch deutlich zu hören; Grenzen unsicher. |
| | A. | $cis_5$ | 1,15 | 0,6 | 0,55 | | Links unsicher. |
| | D. | $fis_4$ | 1,3 | 0,7 | 0,6 | | |
| | G. | $h_3$ | 1,3 | 0,6 | 0,7 | | Links sehr unsicher. Springt gern in den nächst höheren oder tieferen Oberton um. |
| 11. | E. | $ais_5$ (-) | | | | 2,975 | Unsicher. |
| | A | $dis_5$ (-) | 1,2 | 0,7 | 0,5 | | Links schwierig. |
| | D. | $gis_4$ (-) | 1,2 | 0,7 | 0,5 | | |
| | G. | $cis_4$ (-) | 1,2 | 0,6 | 0,5 | | |
| 12. | E. | $h_5$ | | | | 2,73 | Tritt sehr deutlich auf; Grenzen unbestimmt |
| | A. | $e_5$ | | | | | Tritt auf; Grenzen unbestimmt. |
| | D. | $a_4$ | 1,3 | 0,8 | 0,5 | | Links schwierig. |
| | G. | $d_4$ | 1,3 | 0,8 | 0,5 | | Links schlecht. |
| 13. | E. | $cis_6$ (-) | | | | 2,52 | Entsteht rechts, links nicht. |
| | A. | $fis_5$ (-) | | | | | Entsteht; links nicht. |
| | D. | $h_4$ (-) | | | 0,6 | | Links nicht. |
| | G. | $c_4$ (-) | | | 0,6 | | Links schwierig. |
| 14. | E. | $d_6$ | | | | 2,34 | Unsicher. |
| | A. | $g_5$ | | | | | Entsteht; links unsicher. |
| | D | $c_5$ | | | | | Ebenso. |
| | G. | $f_4$ | | | 0,5 | | Entsteht sehr gut; links nicht. |

| Nr. des Obertones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15. | E. | $es_6$ | | | | 2,18 | Gelingt. Tonhöhe unsicher. |
| | A. | $gis_5$ | | | | | Ebenso. |
| | D. | $cis_5$ | | | | | Gelingt gut; Grenzen unbestimmt. |
| | G. | $fis_4$ | | | 0,4 | | Rechts gut, links nicht. |
| 16. | E. | $e_6$ | | | | 2,045 | Ganz unsicher. |
| | A. | $a_5$ | | | | | Unsicher. |
| | D. | $d_5$ | | | | | Unsicher. |
| | G. | $g_4$ | | | | | Gelingt rechts gut. Gellend. |
| 17. | D. | $dis_5$ | | | | 1,92 | Unsicher. |
| | G. | $gis_4$ | | | | | Gelingt rechts, links nicht. |
| 18. | D. | $e_5$ | | | | 1,82 | Gelingt gut; (bloss rechts). |
| | G. | $a_4$ | | | | | Rechts sehr deutlich und scharf gellend. |
| 20. | D. | $fis_5$ | | | | 1,636 | Gelingt nicht mehr. |
| | G. | $h_4$ | | | | | Rechts sehr gut |
| 24. | G. | $d_5$ | | | | 1,36 | Rechts sehr deutlich. |
| 28. | G. | $f_5$ | | | | 1,17 | Ebenso sehr deutlich. |
| 32. | G. | $g_5$ | | | | 1,022 | Ebenso. |
| 36. | G. | $a_5$ | | | | 0,91 | Gelingt weder rechts noch links. |

Unsere nächste Aufgabe soll sein, die vorstehende Tabelle nach verschiedenen Richtungen hin etwas genauer zu übersehen. Vor allem zeigt sich, dass die Strecke **bc** in allen Fällen einen messbaren, 1 Centimeter übersteigenden Wert erreicht. Ich hatte aber erwartet, dass diese Strecke **bc** bei gleicher Länge der Saiten sich mit der Dicke derselben ändern würde; die Tabelle zeigt indessen keine ausgesprochenen Unterschiede in dieser Richtung. Ferner hatte ich vermutet, dass mit der Höhe des Obertones sich diese Strecke ändern würde; auch in dieser Richtung findet sich kein bindendes Gesetz; dagegen tritt mit ganz entschiedener Deutlichkeit das Gesetz auf, dass **kb** grösser ist als **kc**, dass man also vom **Steg ab** gerechnet dem Knotenpunkt näher kommen darf, als vom Griffbrett her. Halten wir nun damit die Bemerkungen zusammen, die sich in vorstehender Tabelle so angegeben finden, wie ich sie beim Versuch notierte, so zeigt sich, dass überhaupt ein Oberton viel schwieriger anspricht, wenn der Bogen auf der linken Seite vom Knoten-

punkt wirkt, d. h. wenn der Bogen auf dem zweiten jener Teile thätig ist, in welche sich für einen bestimmten Oberton die Saite zerlegt. Gesetzt, wir hätten es mit dem fünften Oberton zu thun, so dass sich die Saite in 5 gleiche Teile zerlegt, wie die folgende Figur 3 zeigt:

**Figur 3.**

so spricht dieser Oberton ganz entschieden leichter an, wenn der Bogen zwischen k und d wirkt, als wenn man zwischen h und k streicht. Ja bei den höheren Obertönen tritt der Fall ein, dass sie auf der Strecke **kd** sehr gut, auf **hk** dagegen gar nicht ansprechen. Diese Thatsache findet sich in der Tabelle teilweise schon vom 9., entschieden aber vom 12. Oberton an für alle 4 Saiten ausgeprägt. Eine Erklärung dieser eigentümlichen Erscheinung liegt ziemlich nahe; die erste schwingende Abteilung **kd** der Saite unterscheidet sich von den übrigen (die letzte ausgenommen) dadurch, dass sie einen ein für allemal festen, für sämtliche Obertöne gültigen Knotenpunkt d (den Steg) besitzt. Dieser Punkt d verrät seine fixe Stellung z. B dadurch, dass er eine bedeutend grössere Annäherung des Bogens, als der Punkt k erträgt; ich habe verschiedene von den höheren Obertönen gut zum Ansprechen gebracht, während der Bogen von d höchstens 3 mm entfernt war; die Nähe des Bogens kann eben diesem Knotenpunkt nichts anhaben, da er ein fester Punkt ist. Die übrigen Knotenpunkte k, h, g etc. dagegen sind freie Punkte, die erst durch den Strich sich zu Knotenpunkten ausbilden müssen und deren Auftreten durch verschiedene Umstände erschwert werden kann. Man könnte sie wohl am besten labile Knotenpunkte nennen. Wirkt nun der Bogen zwischen d und k auf der ersten schwingenden Abteilung, so bietet der feste Punkt k genügende Stütze für Ausbildung der Schwingungsform; wirkt der Bogen aber zwischen h und k, oder zwischen g und h etc., so ist er von zwei labilen Knotenpunkten eingeschlossen, die Ausbildung der Schwingungsform ist weniger sicher, ja sie kommt unter Umständen gar nicht zustande. Wir haben demnach als weitere Folgerung aus den Zahlen und Bemerkungen der Tabelle diese zu registrieren: Das Auftreten eines Obertones wird erschwert oder sogar vereitelt, wenn der Bogen nicht rechts von k, d. i. auf der ersten Abteilung, sondern links, d. h. auf einer der übrigen Abteilungen der schwingenden Saite wirkt. Dieser Satz ist von fundamentaler Bedeutung, wenn es sich darum handelt, die Frage zu lösen: Wo muss der Bogen auf der Saite angesetzt werden, damit eine gewisse Anzahl von Obertönen sicher auftreten könne? Jedenfalls muss der Bogen die Saite in einer Stelle berühren, dass er für sämtliche Obertöne, welche schön und voll ansprechen sollen, auf der ersten schwingenden Abteilung wirkt. Setzt man z. B. fest, der Klang der leeren Saite soll 8 Obertöne enthalten, so muss der Bogen so geführt werden, dass er auf die erste schwingende Abteilung des 8. Obertones zu liegen kommt; es findet sich hiedurch, wie sich das späterhin zeigen wird, wirklich die im

allgemeinen gebräuchliche Strichstelle. Dieser Satz erklärt also vor allem die merkwürdige Thatsache, dass bei allen Saiteninstrumenten, sei es nun, dass sie durch Streichen, Zupfen oder durch einen Hammer erregt werden, die Erregungsstelle ziemlich gegen das Ende der Saite verlegt ist, so dass sie auf der ersten schwingenden Abteilung der ersten 6 bis 8 Obertöne liegt. Die Musiker haben jedenfalls durch ihr Gehör diese Stelle allmählig als die beste herausgefunden und so wird denn in einer Weise, die nicht deutlicher und drastischer sein könnte, der eben von mir aufgestellte Satz durch die Erfahrung vieler Jahrhunderte bestätigt. Man könnte ja der Theorie nach auch in geringer Entfernung von der Mitte der Saite alle Obertöne vom ersten bis zum 8. hervorrufen; aber es möge nur Jemand den Versuch machen und die Saite in der Nähe ihrer Mitte erregen; er wird sich überzeugen, dass die Erzeugung eines schönen und vollen Klanges an dieser Stelle geradezu unmöglich ist. In der That wüsste ich keinen Fall aus neuerer oder auch früherer Zeit, dass man Saiteninstrumente in der Nähe der Mitte der Saiten erregte.

Die Tabelle gibt uns ferner Aufschluss darüber, bis zu welcher Höhe die Obertöne überhaupt auf den einzelnen Saiten ansprechen. In diesem Punkte unterscheiden sich nun die einzelnen Saiten teilweise sehr bedeutend von einander. Auf der E Saite gelangen mir die Obertöne mit knapper Mühe, rechts vom Knotenpunkt, bis zum 16.; aber schon vom 8. Oberton an ist der Ton unsicher, spitzig, armselig und musikalisch ganz ohne Wert, und er wird mit zunehmender Höhe immer schlechter, so dass ich der Ansicht bin, dass die Obertöne der E Saite vom 8. an keinen Beitrag zur Vervollständigung des Klanges dieser Saite mehr leisten können. Eine Saite aus Seide, wie sie von Künstlern gegenwärtig gerne angewendet werden, ergab kein besseres Resultat. Die E Saite ist, obwohl sie das geringste Gewicht der Längeneinheit besitzt, von allen vier Saiten am stärksten gespannt; (nach Zamminer*) beträgt die Spannung 8,965 Kilogramm) es scheint, dass infolge dieser verhältnismässig starken Spannung die Exkursionen der einzelnen Saitenabteilungen bei den höheren Obertönen zu schwach werden, um noch kräftig auf das Instrument einwirken zu können; beim günstigsten Strich erschienen mir diese Töne nur als ein Gelispel ohne kräftigen Klang. Es könnte auch sein, dass die Armseligkeit dieser Töne darin begründet ist, dass das Holz des Instrumentes nicht elastisch genug ist, um sich den häufigen Schwingungen so hoher Töne anzupassen. In der That sind die Obertöne der E Saite vom 8. an wegen ihrer Höhe auch schwer vom Gehör in ihrer Tonhöhe zu unterscheiden,** und es gelingt dies nur sicher, wenn man andere Töne, etwa die entsprechenden Obertöne auf der A und D Saite zur Vergleichung zur Hilfe nimmt. Auffallend war mir, dass es bei der E Saite, wie auch bei den übrigen Saiten vorkam, dass ein oder der andere höhere Oberton leichter und kräftiger ansprach, als ein tieferer; ich suche den Grund für diese Erscheinung in einer Inhomogenität der Saiten, welche offenbar verursachen

*) Zamminer, die Musik und die musikalischen Instrumente. Giessen 1855. pag. 7.

**) Man vergleiche die ähnliche Wahrnehmung, welche bei Helmholtz pag. 250 erwähnt ist.

kann und muss, dass die Teilung der Saite in eine gewisse Anzahl von Teilen leichter stattfindet, als in eine andere Anzahl, auch wenn letztere kleiner sein sollte. In einer Inhomogenität der Saite liegt es wahrscheinlich auch begründet, wenn in der Tabelle hie und da besonders grosse Zahlen auftreten; ist die Saite nicht in allen Teilen gleichartig, so stimmt auch die berechnete Lage der Knotenpunkte mit der wirklichen Lage dieser Punkte nicht überein, wodurch der Versuch ungünstig beeinflusst werden muss.

Nehmen wir den 16. Oberton als den letzten an, der sich auf der E Saite hervorbringen lässt, so folgt hieraus, dass diese Saite sich noch in Teile zerlegen kann, von denen jeder die Länge von ungefähr 2 Centimeter hat.

Was wir eben über die E Saite sagten, gilt nur teilweise für die A Saite; auch hier gelangen mir die Obertöne nur bis zum 16.; dagegen sind sie bis zu viel gröserer Ordnungszahl, etwa bis zum 12. hinauf, gut klingend und musikalisch brauchbar.

Auf der D Saite liessen sich die Obertöne bis zum 18. hervorbringen und waren durchgängig wohlklingend.

Von den drei genannten Saiten ganz verschieden zeigte sich die G Saite; hier sprachen die Obertöne deutlich und kräftig an bis zum 32. Die einzelnen Töne sind dabei meist gut klingend, werden aber gegen die Höhe hin scharf und gellend. Die einzelnen Teile, in welche sich die Saite beim 32. Oberton zerlegt, haben die Länge von nur 1 Centimeter.

Aus den eben gemachten Angaben folgt, dass von den vier Saiten der Violine die E Saite am wenigsten die Eigenschaft besitzt, höhere Obertöne in deutlicher und musikalisch brauchbarer Weise hervorrufen zu lassen. Die A Saite steht mit ihr ziemlich auf gleicher Stufe, ist aber in den höheren Obertönen mit wesentlich besserem Klang ausgestattet. Die D Saite übertrifft einigermassen die beiden genannten Saiten; allen andern voran steht die G Saite, was Fügsamkeit und Tonbildungsfähigkeit betrifft. Ich glaube, dass hieraus sich ungezwungen auch schliessen lässt, dass die vier Saiten a priori etwas verschiedene Klangfarbe haben.

Es braucht endlich hier mit Bezug auf die vorstehende Tabelle kaum mehr erwähnt zu werden, dass die höheren Obertöne nur mehr rechts vom Knotenpunkt ansprechen, so dass sich in den Fällen, wo der Oberton links nicht anspricht, genaue Grenzen für **bc** nicht aufstellen liessen, weswegen denn die betreffenden Rubriken der Tabelle leer bleiben mussten.

Wir können nun dazu übergehen, die Zahlen unserer Tabelle zu unserem Hauptzweck d. h. für Bestimmung jener Obertöne, die beim Streichen durch den Bogen selbst ausgelöscht werden, zu verwenden. Die in der Tabelle I für **bc**, **kb** und **kc** aufgeführten Zahlen schwanken nicht in sehr weiten Grenzen; ich halte es daher mit Rücksicht auf die Menge der diese Zahlen beeinflussenden Umstände, namentlich mit Rücksicht auf die sehr variable Beschaffenheit der Saiten, für durchaus gerechtfertigt und, um zu einem angenäherten Werte zu gelangen, geradezu für geboten, aus den in der Tabelle angeführten Werten für die einzelnen Sparten arithmetische Mittelwerte zu berechnen. Es finden sich hiefür die folgenden:

| Saite | bc. | kb. | kc. |
|---|---|---|---|
| E. | 1,307 | 0,68 | 0,62 |
| A. | 1,372 | 0,75 | 0,622 |
| D. | 1,395 | 0,78 | 0,615 |
| G. | 1,37 | 0,72 | 0,65 |

Diese Mittelwerte differieren in der ersten Dezimale gar nicht (nur 0,68 bildet eine Ausnahme) und es drängt sich von selbst die weitere Vereinfachung auf, für alle vier Saiten die gemeinsamen Werte

$$bc = 1{,}3,\ kb = 0{,}7 \text{ und } kc = 0{,}6$$

anzunehmen. Für diese letzte Vereinfachung spricht der Umstand, dass dadurch keine Zahl um ein ganzes Millimeter geändert wurde, ein Wert, der gewiss innerhalb der Fehlergrenze liegt.

Wir haben bereits weiter oben (pag. 3) des näheren erörtert, dass der Bogen alle jene Obertöne auslöschen muss, welche in einen Bereich fallen, der von links nach rechts gerechnet sich aus den Strecken $kc - \varepsilon + bk$ zusammensetzt. Denn jeder Oberton, dessen Knotenpunkt dem Bogen mn (Figur 1) von rechts her so nahe kommt, dass er nur mehr den Abstand **kb** vom äussersten Haar des Bogens hat, kommt eben in Gefahr, ausgelöscht zu werden; auf der anderen Seite dürfen sich die Knotenpunkte dem Bogen m'n' nur bis auf den Abstand **kc** nähern; zwischen diesen beiden Abständen liegt noch die Berührungsstrecke $\varepsilon$ des Bogens selbst. Von diesen drei Strecken haben wir kc = 0,6 cm und bk = 0,7 cm gefunden und es bleibt nun noch übrig einen Wert für $\varepsilon$ zu ermitteln. Der Bogen berührt offenbar die Saite nicht in einem Punkt, sondern die Wirkung desselben erstreckt sich auf eine gewisse Breite, die wir eben mit $\varepsilon$ bezeichneten. Legt man einen gut behaarten Violinbogen seiner Breite nach mit den Haaren auf einen Centimetermassstab, so findet sich die Breite desselben etwa 0,9 cm. Indessen kommt beim gewöhnlichen Strich durchaus nicht die ganze Breite des Bogens zur Verwendung; indem ich unter Anwendung der gewöhnlichen Bogenhaltung über die Kante des Massstabes hinwegstrich, fand ich beim Fortespiel etwa 0,6 cm, bei ganz steilem Kantenstrich*) im Forte 0,4 cm und im piano 0,2 cm Berührungsbreite. Ich wähle für meine weiteren Berechnungen hieraus den Mittelwert $\varepsilon = 0{,}4$ cm, so dass wir hiemit finden

$$kc + \varepsilon + bc = 0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}7 = 1{,}7 \text{ cm.}$$

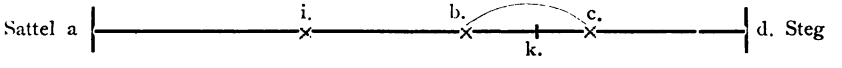
Es folgt also aus unseren bisherigen Betrachtungen, dass der Bogen aus der Reihe der Obertöne jene auslöscht, von denen Knotenpunkte in einen Bereich zu liegen kommen, der auf der Saite ungefähr die Länge 1,7 cm hat. Ich werde der bequemen Ausdrucksweise zulieb für diese Strecke ($kc + \varepsilon + bk$) im Folgenden die Bezeichnung „Spielbreite des Bogens" einführen.

*) Vergleiche Courvoisier, die Grundlage der Violintechnik. Berlin 1873, den Abschnitt: „Stellung des Bogens zur Saite", pag. 29.

Ehe ich nun weiter untersuche, welche Obertöne es sind, die beim trich an einer bestimmten Stelle der Saite der Spielbreite des Bogens um Opfer fallen, muss ich einen Einwand gegen die Anwendbarkeit dieser Zahl 1,7 beseitigen, den ich mir selbst machte, und der mir wohl auch om Leser nicht erspart bleiben würde. Diese Zahl 1,7 wurde durch Versuche bestimmt, bei welchen jeder Oberton **isoliert** zum Ansprechen ebracht wurde, während ich mich jetzt anschicke, diese Zahl zu verwerten n dem Fall, wo die ganze Saite erklingt. Es fragt sich nun, ob man beaupten kann, dass, wenn an einer bestimmten Stelle der Saite sich ein Oberton isoliert nicht herstellen lässt, derselbe sicherlich im Gesamtklange der Saite auch nicht erscheinen kann, wenn diese an derselben Stelle gestrichen wird. Nur wenn diese Frage bejaht werden kann, gelten die für die isolierten Obertöne gefundenen Grenzen auch für die im Gesamtklange enthaltenen Obertöne. Es kann indessen nicht zweifelhaft sein, wie die Antwort ausfallen muss: die Gesamtbewegung der Saite enthält der sicheren Theorie nach alle jene Teilbewegungen, die den einzelnen Obertönen entsprechen, vollgültig in sich als algebraische Summanden, jede Teilbewegung ist als ein vollwertiges Glied mit allen ihren Eigentümlichkeiten der Gesamtbewegung eingefügt. Es ist also gar nicht denkbar, dass beim Bogenstrich an einer gewissen Stelle der Saite im Gesamtklange derselben ein Oberton auftreten könnte, der sich nicht auch durch denselben Bogenstrich in derselben Stelle einzeln isoliert herstellen liesse.

Indessen lässt sich die eben ausgesprochene Thatsache auch am Gesamtklang der Saite für das Gehör nachweisen, wenigstens bei den tieferen Obertönen.

**Figur 2.**




Streicht man die ganz freie Saite irgendwo zwischen den zwei in der weiter oben angegebenen Weise markierten Punkten b und c, so muss der Oberton, der seinen Knotenpunkt in k hat, ausbleiben. Es lässt sich dieser Versuch am besten mit dem dritten Oberton ausführen; es gehört noch gar keine besondere Uebung im Hören der Obertöne dazu, um den dritten derselben aus dem Klang herauszuhören; man kann sich auch in der von Helmholtz angegebenen Weise darauf einüben, indem man zuerst wiederholt den betreffenden Oberton durch Unterstützung des anderen Knotenpunktes isoliert zum Ansprechen bringt und sich ihn auf diese Weise dem Gedächtnis einprägt; man wird ihn dann auch im Gesamtklang der Saite zu hören vermögen.

Ist also Jemand imstande, den dritten Oberton aus dem Gesamtklang der Saite herauszuhören, so kann er sich von der Existenz der Strecke **bc** in folgender Weise überzeugen: Man streiche die freie Saite ausserhalb der Strecke **bc** (die ja durch Bleistiftstriche markiert ist); man wird den dritten Oberton deutlich im Gesamtklang hören. Hierauf streiche man direkt zwischen b und c, der Oberton bleibt aus. Man streiche nun abwechselnd innen und aussen (ich meine einmal zwischen b und c, dann

ausserhalb) und ändere zugleich allmählich innerhalb die Strichstelle so, dass man sich mehr und mehr nach beiden Seiten hin den Grenzen b und c nähert, so wird man sich von der Ausdehnung der Strecke **bc** überzeugen und auch merken, dass, sobald man über die Grenzen b und c hinweggeht, der Oberton sich im Klang der Saite einstellt. Auf diese Weise lässt sich sogar auch die Länge der Strecke **bc** feststellen und in der That habe ich für den dritten Oberton die Strecke **bc** immer nach beiden Methoden, nämlich nach der eben mitgeteilten (von innen aus) und nach der früher angegebenen (von aussen her für den isolierten Oberton) festgestellt und bin zu sehr gut übereinstimmenden Resultaten gekommen. Hie und da wurden die Grenzen, wenn sie von innen her bestimmt wurden, sogar grösser gefunden, als die Zahlen der Tabelle sie angeben, häufiger jedoch fielen sie um eine Spur kleiner aus, d. h. schon ehe man mit dem Bogen an den Grenzen b und c angekommen ist, tritt der Oberton, aber anfangs unmerklich schwach auf; mit zunehmender Entfernung des Bogens von k wird der Oberton stärker, seine volle Stärke erreicht er indessen erst in einem Abstand, der nach beiden Seiten hin beträchtlich weiter hinausgreift, als die Strecke **bc**.

Ich lege dieser zweiten Art, die Strecke **bc** zu bestimmen oder wenigstens ihre Grösse zu prüfen, eine gewisse Bedeutung bei, weil sie erst recht geeignet ist, überzeugend nachzuweisen, dass auch im vollen Klang der Saite eine Grenze **bc** für jeden Oberton existiert, innerhalb deren derselbe nicht anspricht. Aber es lässt sich diese Art der Untersuchung höchstens bis zum fünften Oberton fortsetzen; beim zweiten Oberton, dessen Knotenpunkt zugleich Knotenpunkt aller geradzahligen Obertöne ist, tritt der Ausfall sehr bemerklich auf, der vierte Oberton dagegen eignet sich als Doppel-Octave des Grundtones schon weniger für die vorliegende Untersuchung, besser noch der fünfte; aber es werden nur geübtere Ohren den fünften Oberton noch gut isoliert aus dem Klange heraushören können. Für höhere Obertöne müsste man Resonatoren anwenden, über die ich leider nicht verfügte; indessen sind mir die Versuche, die ich mit unbewaffnetem aber geübtem Ohre für den zweiten, dritten und fünften Oberton in dieser Hinsicht anstellte, und welche die in der Tabelle gegebenen Zahlen vollkommen bestätigten, genügende Gewähr dafür, dass die von mir gefundenen Grenzen für **bc** auch in höheren Regionen richtig sind. Erst aufgrund dieser zweiten Bestätigung der Thatsache, dass die Strecke **bc** einen wirklich messbaren Wert erreiche*), kann ich behaupten, dass der auf der ersten Seite aufgeführte Satz von Th. Young in folgender Weise modifiziert werden muss:

„Wenn eine Saite in irgend einem Punkte ihrer Länge
„gestrichen wird, so fällt aus dem Klange der Saite
„nicht blos jener Oberton aus, der in dem gestrichenen
„Punkt einen Knotenpunkt hat, sondern durch den Strich
„können mehrere Obertöne ausgelöscht werden und
„zwar alle jene, von denen Knotenpunkte in die oben
„definierte Spielbreite des Bogens fallen."

*) Einen weiteren objektiv-experimentellen Beweis für diese Thatsache werde ich in der IV. Abhandlung beibringen.

Auch der Satz von Helmholtz über die Abnahme der Intensität der Obertöne nach der Höhe hin bedarf insoweit einer Modifikation, als er nicht mehr gilt, wenn der Bogen dem Knotenpunkt eines Obertones nahe kommt; dieser Oberton tritt dann schwächer auf, als die Theorie es lehrt, oder er schweigt ganz.

Gehen wir nun endlich an die Aufgabe, jene Obertöne zu bestimmen, die infolge des Striches aus dem Gesamtklang der Saite ausfallen. Die gewöhnliche Stelle für den Strich liegt etwa in $^1/_{10}$ der Saitenlänge*); nehmen wir also an, dass die Mitte des Bogens gerade in $^1/_{10}$ der Saitenlänge wirke, so erstreckt sich die Breite des Bogens nach beiden Seiten hin um $^1/_2\ \varepsilon = 0{,}2$ cm über die Mitte hinaus; da im vorliegenden Falle die Saite die Länge 32,72 cm hat, so ist $^1/_{10}$ ihrer Länge 3,27 cm; soweit ist also die Mitte des Bogens vom Steg entfernt; die Spielbreite beträgt dann gegen den Steg zu $^1/_2\ \varepsilon +$ kb $\quad 0{,}2 + 0{,}7 \quad 0{,}9$ cm und gegen das Griffbrett zu $^1/_2\ \varepsilon +$ kc $\quad 0{,}2 + 0{,}6 \quad 0{,}8$ cm.

Die beiden Grenzen der Spielbreite haben demnach vom Steg respektive die Entfernung $3{,}27 - 0{,}9 \quad 2{,}37$ cm und $3{,}27 + 0{,}8 \quad 4{,}07$ cm. Um zu finden, welche Obertöne mit einem ihrer Knotenpunkte in diesen Bereich fallen, brauchen wir nur die Abstände ihrer Knotenpunkte k vom Steg, also die in der obigen Tabelle aufgeführten Werte für **kd** herbeizuziehen: dieselben sind vom 5. an übersichtlich zusammengestellt in folgendem Schema, worin die obere Horizontalreihe die Numer des Obertones, die untere den zugehörigen Wert von **kd** gibt.

| 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | 16. | 17. | 18. | 19. | 20. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6,54 | 5,45 | 4,67 | 4,09 | 3,64 | 3,27 | 2,97 | 2,73 | 2,52 | 2,34 | 2,18 | 2,04 | 1,92 | 1,82 | 1,72 | 1,64 |

Alle Knotenpunkte, deren Abstände **kd** vom Steg grösser als 2,37 und kleiner als 4,07 sind, fallen in die Spielbreite; lassen wir die 2. Dezimale, welche Zehnteile eines Millimeters bedeutet, ausser acht, so fallen nicht weniger als **sieben** Obertöne, nämlich der 8. bis zum 14. inclusive in diesen Bereich, werden also vom Strich ausgelöscht.

Dieses für den ersten Blick ausserordentlich auffallende Ergebnis erklärt sich sehr einfach dadurch, dass die Knotenpunkte der Obertöne vom 8. an sehr nahe aneinander rücken; in der That liegen die Knotenpunkte der genannten sieben Obertöne auf einem Raum von $4{,}09 - 2{,}34 \quad 1{,}75$ cm und 1,7 cm betrug ja der für unsere Spielbreite gefundene Wert.

Streicht man also die leere Saite in $^1/_{10}$ ihrer Länge, so entstehen im Klang die ersten 7 Obertöne, die nächsten 7 fallen aus und vom 15. an können sie wieder auftreten. Nun liegen aber die Knotenpunkte k für alle Obertöne vom 11. an schon rechts vom Bogen, da dieser ja direkt auf dem Knotenpunkt des 10. Obertones wirkt, das heisst, der Bogen wirkt für alle diese Obertöne auf der zweiten Abteilung (**kh** Figur 3 Seite 9), in welchem Falle die hohen Obertöne abgesehen davon, dass sie der Theorie

*) Helmholtz, l. c. pag. 144.

nach ziemlich schwach auftreten, meist gar nicht ansprechen. Es bleiben also für den Klang noch sieben Obertöne übrig, und es fragt sich, in wie weit sich diese Zusammensetzung noch ändern lässt durch eine Veränderung in der Art des Striches, sowie in der Stelle desselben.

Der achte Oberton liegt, wie die oben angeführten Zahlen zeigen, gerade an der Grenze der Spielbreite; es ist also wohl möglich, dass er unter den bisher angenommenen Verhältnissen noch auftrete; ich glaube indessen, dass ein solcher Oberton, der gerade an der Grenze der Spielbreite gelegen ist, während des Striches, wenn dieser nicht sehr egal ist, bald aufblitzen, bald wieder verschwinden wird und ich vermute, dass in diesem blitzartigen Auftauchen und Verschwinden von Obertönen mit ein Grund gegeben ist für eine Ungleichartigkeit und Veränderlichkeit des Klanges, wie man diese bei weniger ausgezeichneten Spielern häufig zu hören bekommt. Die Berührungsbreite des Bogens, also die Grösse $\varepsilon$, ist ja während des Spieles selbst eine variable Grösse; nehmen wir sie z. B. eben nur zu 0,2 cm an, so fällt der 8. Oberton noch ausserhalb der Spielbreite, d. h. er spricht noch an. Wählen wir dagegen 0,6 cm als Berührungsbreite des Bogens, so wird der 8. Oberton ganz entschieden aus dem Klang hinausfallen. Es zeigt sich bei dieser Gelegenheit, dass es nicht gleichgültig sein kann, wie breit die Berührungsstelle des Bogens mit der Saite ist; je kleiner dieselbe — je kleiner also $\varepsilon$ — umso günstiger muss das auf die Zusammensetzung des Klanges einwirken. Denn erstens kommen dadurch benachbarte Obertöne weniger leicht in Gefahr, ausbleiben zu müssen, dann aber scheint mir eine breite Berührungsstelle die Bewegung der Saite überhaupt schlimm zu beeinflussen. Denn eine breite Berührungsstelle lässt sich in eine Reihe engerer Berührungspunkte zerlegen; von jedem solchen Punkt aus einzeln erregt, würde die Saite eine gewisse Schwingungsform annehmen, aber doch von jedem anderen Punkt aus wieder eine etwas andere. Werden also alle diese Punkte gleichzeitig erregt, so müssen dadurch eine Reihe von Schwingungsformen der Saite gleichzeitig mitgeteilt werden, die sich ganz gewiss, da diese Punkte nahe aneinander liegen, gegenseitig stören müssen. Man muss also den Musikern den Rat geben, den Bogen so steil zu halten, dass die Berührungsstelle desselben möglichst klein ausfällt, soweit dies ohne eine Beeinträchtigung der Kraft des Striches möglich ist. Es scheint dies auch im allgemeinen bei den Künstlern Sitte zu sein*); indessen fehlt es gerade in Künstlerkreisen nicht an entgegengesetzten Vorschlägen.**)

Wir wollen nun weiter untersuchen, was durch Veränderung der Strichstelle sich am Gesamtklang für Aenderungen ergeben. Eine Frage interessiert hier vor allen andern, nämlich die: Gibt es überhaupt eine günstigste Strichstelle für den Bogen, und welche ist diese? — Ich glaube, dass man diese Frage ganz bestimmt beantworten kann. Zu einer guten musikalischen Klangfarbe gehören entschieden die ersten 6 oder

*) Man vergleiche damit die oben citierte Stelle von Courvoisier's Grundlage der Violintechnik pag. 29 und 30.

**) Louis Kindscher macht in diesem entgegengesetzten Sinne Vorschläge im 45. Band der „Neuen Zeitschrift für Musik".

7 Obertöne.*) Der 8. aber soll, wenn er überhaupt zu erreichen ist, gewiss nicht ausgeschlossen werden, da er ja die 4. Oktave des Grundtones, also gerade geeignet ist, den Klang zu vervollständigen. Wir stellen also die Forderung auf, dass bei gutem Strich 8 Obertöne erklingen sollen. Damit dies der Fall ist, muss die Mitte des Bogens noch um $^1/_2\ \varepsilon + \mathbf{kc}$ vom Knotenpunkt des 8 Obertones gegen den Steg hin entfernt sein. Für den 8. Oberton ist aber $\mathbf{kd} = 4{,}09$, und da $^1/_2\ \varepsilon + \mathbf{kc} = 0{,}2 + 0{,}6 = 0{,}8$ cm, so ergibt sich, dass die Mitte des Bogens vom Steg mindestens die Entfernung $4{,}09 - 0{,}8 = 3{,}29$ cm haben muss. Dies ist aber gerade die äusserste Lage, in welcher dem 8. Oberton das Auftreten eben noch ermöglicht wird; soll er ganz sicher auftreten, so werden wir für kc am besten den Maximalwert 0,9 aus unserer Tabelle entnehmen, was dann eine Entfernung der Bogenmitte vom Steg von 2,99 oder von ungefähr 3 cm zufolge hat. Dies ist sehr annähernd der 11. Teil von der ganzen Länge der Saite. An meiner Violine fand sich ausserdem jene Strecke der Saite, die zwischen Steg und Ende des Griffbrettes liegt, = 6,4 cm, sodass sich hiemit ergibt, dass der Bogen ungefähr in der Mitte zwischen Steg und Griffbrettende (eine Spur näher am Steg) wirken muss, wenn 8 Obertöne den Klang bilden sollen.

Ich glaube, dass man diese Stelle mit gewissem Rechte als die im allgemeinen günstigste Strichstelle wird bezeichnen können; es ist zwar allerdings möglich, durch Veränderung der Strichstelle noch mehrere Obertöne für den Klang zu gewinnen, allein es scheint das im allgemeinen nicht ratsam zu sein; denn schon der 9. Oberton fügt sich nicht mehr gut in die Harmonie des Klanges ein; nur in gewissen Fällen, so namentlich um dem Klange eine grössere Schärfe zu verleihen, wird man die Strichstelle so wählen, dass der 9. und dann natürlich auch der 10. Oberton, der sich ja wieder dem Klang harmonisch einfügt, noch erscheinen können. Aber der 11., 13. und die folgenden ungeradzahligen Obertöne sind sehr disharmonisch zum Grundton und ich glaube, man hat allen Grund zu wünschen, dass diese Töne im Klange nicht vertreten seien. Ausserdem stellt sich, wenn man dem Stege mit dem Bogen so nahe kommen will, dass diese höheren Obertöne noch auftreten müssen, ein anderer Uebelstand ein: es werden nämlich die höheren Obertöne auf Kosten der tieferen begünstigt. Diese Thatsache erfordert einige Worte zur Erklärung. Ein Oberton spricht nicht an allen Stellen der Saite gleich gut an; so wirkt, wie wir aus dem Bisherigen wissen, der Bogen auf der ersten schwingenden Abteilung **kd** sicherer, als auf einer der übrigen. Aber auch in dieser ersten Abteilung sind nicht alle Stellen für den Ansatz des Bogens gleich günstig; an den Knotenpunkt d (Steg) oder k soll der Bogen nicht nahe herantreten, erst in einer gewissen Entfernung von den Knotenpunkten tritt der Oberton in seiner vollen Stärke auf und diese Entfernung stimmt nicht etwa mit den Grenzen **kb** und **kc** unserer Tabelle überein, sondern ist bedeutend grösser als diese. Der Versuch zeigt, dass in der Stellung des Bogens, die wir als die günstigste hinzustellen suchen (3 cm vom Steg entfernt) der Grundton und die nächsten Obertöne sehr vollkommen ansprechen; nähert man sich aber

*) Helmholtz l. c. pag. 192.

allmählich mit dem Bogen dem Steg, so fängt zuerst der Grundton an schlecht zu erklingen; in einer Entfernung von nur **2 cm** vom Steg hat derselbe an Fülle und Schönheit bedeutend eingebüsst, er wird rauh, erfordert einen stärkeren Druck der Hand auf den Bogen, ja bei leisem Spiel spricht er gar nicht mehr an, es erscheint vielmehr nur die Oktave davon. Gleiches gilt in geringerem Grade für den zweiten und dritten Oberton. Für höhere Obertöne dagegen, deren schwingende Abteilungen kleiner sind, ist eine etwas grössere Annäherung des Bogens an den Steg nicht bloss günstig, sondern (bei den sehr hohen) geradezu notwendig, wenn sie ansprechen sollen, da ja ausserdem der Bogen schon ihrem ersten freien Knotenpunkt **k** zu nahe, oder gar auf die zweite schwingende Abteilung zu liegen kommt.*) Nun wird man aber gewiss lieber auf eine ganze Reihe höherer Obertöne verzichten, ehe man den Grundton und die folgenden Obertöne teilweise preisgibt und dadurch dem Klange den Charakter der Leere verleiht.

Ich halte es daher im allgemeinen für schädlich, dem Stege sich mit dem Bogen mehr zu nähern als auf 2 cm Entfernung, weil dadurch der Grundton an Klangfülle verlieren muss, und es ist damit ein weiterer gewichtiger Grund aufgeführt, diese Stellung des Bogens (3 cm vom Steg) im allgemeinen als die günstigste zu bezeichnen; es scheint im übrigen auch die Praxis der Musiker hiefür zu sprechen.

Nichts destoweniger gibt es für den Musiker Gründe, von dieser günstigsten Stellung des Bogens bald gegen den Steg zu bald gegen das Griffbrett zu abzuweichen. Es gilt unter den Musikern die Regel**), dass man sich zur Erzielung eines sehr kräftigen Klanges mit dem Bogen dem Stege, bei sanftem Piano dagegen dem Griffbrett nähern müsse, ja dass beim leisesten Piano der Bogen sogar direkt über dem Ende des Griffbrettes sich befinden könne.

Wir wollen nun weiter untersuchen, welche Aenderungen in der Zusammensetzung des Klanges sich ergeben durch Veränderungen der Strichstelle des Bogens in der einen oder anderen Richtung. Vor allem ist sicher, dass eine Aenderung in der Stellung des Bogens, wenn diese gegen den Steg zu ausgeführt wird, einen grösseren Einfluss auf die Klangfarbe haben muss, als eine gleichgrosse Aenderung in der Richtung nach dem Griffbrett zu. Denn die ersten Knotenpunkte **k** der Obertöne drängen sich gegen den Steg hin sehr enge aneinander, gegen das Griffbrett zu werden deren Abstände immer grösser, es müssen also im ersteren Fall der Spielbreite mehr Obertöne zum Opfer fallen, als im zweiten. Nehmen wir beispielshalber an, es soll der Bogen so geführt werden, dass zwei Obertöne mehr als 8, also dass 10 Obertöne entstehen. Da der Knotenpunkt **k** des 10. Obertones 3,27 cm vom Stege absteht, so darf die Mitte des Bogens nur 3,27 — 0,2 — 0,9 2,17 cm Entfernung vom Stege haben, wenn dieser Oberton noch ansprechen soll. (Dabei wurde für kc wie oben das Maximum 0,9 in Rechnung gebracht.) Das ergibt eine Verschiebung des Bogens aus der

*) Nach Helmholtz sprechen die unteren Obertöne am besten an, wenn man die Saite um $^1/_{10}$ bis $^1/_{12}$ der Länge einer schwingenden Abteilung von ihrem Ende entfernt streicht, für die höheren muss man $^1/_4$ bis $^1/_6$ ihrer Länge wählen. l. c. pag. 143.

**) Courvoisier l. c.

vorher angenommenen günstigsten Stellung um 2,99 — 2,17 = 0,82 cm. Für diese Stellung, die dem Stege schon gefährlich nahe ist, ergeben sich als Grenzen der Spielbreite 2,17 — 0,2 — 0,7 = 1,27, anderseits 2,17 + 0,2 + 0,6 = 2,97 und durch Vergleich mit den oben für **kd** aufgestellten Werten findet sich, dass vom 11. incl. an alle Obertöne bis über den 20. hinaus (es findet sich als letzter der 26.) Knotenpunkte in der Spielbreite liegen haben, also hinwegfallen. Der Bogen löscht also in diesem Falle nicht weniger als 16 Obertöne aus, was sich eben aus der engen Anhäufung von Knotenpunkten erklärt; allerdings würde ein grosser Teil dieser Obertöne überhaupt nicht ansprechen.

Wollen wir dagegen den Bogen so führen, dass zwei Obertöne weniger als 8, also bloss sechs erscheinen, so muss die Mitte des Bogens, da für den 6. Oberton **kd** = 5,45 ist, vom Steg den Abstand 5,45 — 0,2 — 0,9 = 4,35 cm haben. Dies erfordert aber von der günstigsten Stellung des Bogens aus eine Verschiebung desselben um 4,35 — 2,99 = 1,36 cm, also um viel mehr, als im vorigen Fall. Für diese Lage sind die Grenzen der Spielbreite 4,35 — 0,2 — 0,7 = 3,45 und 4,35 + 0,2 + 0,6 = 5,15; in diese fallen zunächst nur der 7., 8. und 9. Oberton, während die übrigen vom 10. an wieder erscheinen können. Die Lücke, die also in diesem Falle der Bogen in die Reihe der Obertöne reisst, umfasst zunächst nur drei Obertöne, es könnte also scheinen, als ob diese Lage günstiger sei als die vorige. Es findet sich aber, dass in diese Spielbreite auch die zweiten Knotenpunkte (Punkt **h** Figur 3 Seite 9) des 13. Obertones sowie der folgenden bis zum 19. zu liegen kommen, was man nachweisen kann, indem man die in dem obigen Schema für **kd** gegebenen Werte verdoppelt. Es fallen also auch diese letzteren Obertöne aus dem Klange fort, der Bogen reisst mit andern Worten in diesem Falle zwei Lücken in die Reihe der Obertöne*); die Zusammensetzung des Klanges lässt sich durch folgende Zahlenreihe wiedergeben:

(1, 2, 3, 4, 5, 6 . . . 10, 11, 12 . . . . . 20 etc.)

Dabei bedeuten die Ziffern die Numern der Obertöne, welche ansprechen können, die Punkte vertreten die Numern jener Obertöne, welche aus dem Klange sicher wegfallen. Es würden demnach im ganzen 10 Obertöne am Erscheinen gehindert. Allein für den 10., 11. u. 12. Oberton wirkt der Bogen auf der zweiten Abteilung und ich glaube daher, dass diese drei Obertöne nicht auftreten; diese Meinung, die an und für sich durch die in der Tabelle niedergelegten Versuche begründet ist, erhält ausserdem eine sehr gewichtige Bestätigung durch die Praxis der Musiker. Wie schon früher bemerkt wurde, wenden die Musiker die eben besprochene Strichlage an, wenn es sich darum handelt, sanfte Klänge in Piano herzustellen; würde nun die Gruppe von Obertönen (10, 11, 12) ansprechen, so müsste der Klang entschieden scharf werden. Ich verlasse mich in diesem Falle auf das feinfühlige Gehör der Musiker und finde durch das-

*) Es ist bei einiger Ueberlegung leicht einzusehen, dass der Bogen an jeder Stelle der Saite (der theoretischen Berechnung nach) eine mehrfache Lücke in die Reihe der Obertöne reisst; in den vorherbehandelten Fällen betrifft aber die 2. Lücke schon so hohe Obertöne, dass an ein Auftreten der Obertöne in dieser Region überhaupt nicht zu denken ist.

selbe meine weiter oben besprochene Aufstellung, dass höhere Obertöne in ihrer zweiten schwingenden Abteilung vom Bogen meist nicht erregt werden, in erfreulicher Weise bestätigt und zur Gewissheit erhoben. Bei der vorliegenden Stellung des Bogens treten also nur 6 Obertöne auf und hierauf beruht jedenfalls der sanftere Charakter des Klanges.

Dieselben Verhältnisse treten ein, wenn wir uns den Bogen noch näher an das Griffbrett hingeschoben denken, etwa soweit, dass seine Mitte vom Steg 5 cm entfernt ist. Die Grenzen der Spielbreite werden dann 4,1 und 5,8 und der Klang setzt sich in folgender Weise zusammen:

(1, 2, 3, 4, 5 . . . 9, 10, 11 . . . . . 17 etc.)

Auch hier wird man annehmen können, dass die Gruppe (9, 10, 11) noch hinwegfällt, so dass der Klang nur mehr 5 Obertöne enthält.

Wir wollen ferner noch untersuchen, welche Zusammensetzung der Klang hat, wenn der Bogen die äusserste Stellung gegen das Griffbrett zu, die bei Musikern gebräuchlich ist, einnimmt, wenn er also direkt über dem Ende des Griffbrettes wirkt. Dieses hat bei meiner Geige vom Steg eine Entfernung von 6,2 cm. Nehmen wir also an, dass gerade hier die Mitte des Bogens zu liegen komme, so erhalten wir für die Spielbreite einerseits die Grenze 6,2 — 0,2 — 0,7 = 5,3, anderseits 6,2 + 0,2 + 0,6 = 7,0. In diese Grenzen fallen mit ihrem ersten Knotenpunkt der 5. u. 6. Oberton, mit dem 2. Knotenpunkt ferner der 10., 11. und 12. Oberton, so dass der Klang sich zusammensetzt, wie folgt:

(1, 2, 3, 4 . . 7, 8, 9 . . . 13, 14 etc.)

Der 13. und die folgenden Obertöne sprechen aus den oft genannten Gründen nicht an, dagegen ist sicher anzunehmen, dass der 7. und 8. Oberton noch auftreten werden, obwohl der Bogen auf deren zweiten Abteilung wirkt. (Vergl. die Tabelle.) Dieser Klang hat also folgende Zusammensetzung: (1, 2, 3, 4 . . 7, 8.)

Diese Combination von Obertönen muss als eine ungünstige verworfen werden. Es kann damit kein ganz sanfter Ton erzielt werden, da der 7. und 8. Oberton das vereitelt, anderseits steht die Combination an Stärke entschieden zurück hinter jener, wie sie an der günstigsten Stelle erzielt wird, da diese die 8 ersten Obertöne vollkommen enthält. Es scheint also, dass während der Bogen über die vorhin angenommene Stelle (5 cm Entfernung vom Steg) hinausgeht, wieder eine Aenderung in der Klangfarbe zum Schärfern sich vollziehe; dies zeigt sich noch deutlicher, wenn wir den Bogen auf dem Griffbrett selbst noch ein wenig gegen den Sattel vorrücken lassen. Nehmen wir nämlich zum Schlusse an, die Bogenmitte habe vom Steg die Entfernung 7 cm, so dass die Grenzen der Spielbreite 6,1 und 7,8 werden. In diese Strecke fällt zunächst bloss der erste Knotenpunkt des 5. Obertons, sodann die zweiten Knotenpunkte des 9. u. 10. Obertones, endlich die dritten Knotenpunkte des 13. bis zum 19. Oberton, so dass der Klang sich folgendermassen zusammensetzt:

(1, 2, 3, 4 . 6, 7, 8 . . 11, 12 . . . . . 20 etc.)

Es treten also hier drei Lücken in der Reihe der Obertöne auf; da indessen die Gruppe (11, 12) nicht anspricht, so ist die Zusammensetzung des Klanges gegeben durch

(1, 2, 3, 4 . 6, 7, 8)

d. h. der Klang ist wieder voller als der vorige; allein er hat einen wichtigen Oberton weniger als jener Klang, den der Bogen bei der günstigsten Stellung hervorruft; auch wird sicherlich die Gruppe (6, 7, 8) hier nicht so gut ansprechen, wie bei der günstigsten Stellung des Bogens, da ja für diese Gruppe der Bogen im vorliegenden Falle auf der zweiten Abteilung wirkt. Es steht also der vorliegende Klang jener günstigsten Zusammensetzung aus mehreren Gründen nach.

Die beiden zuletzt diskutierten Fälle setzen uns in den Stand, auch gegen das Griffbrettende zu eine Grenze für die Lage des Bogens aufzustellen. Ich halte diese Grenze erreicht durch eine Entfernung der Bogenmitte vom Ende des Griffbrettes, welche 1 cm beträgt. Denn ein Ueberschreiten dieser Grenze kann einerseits den Klang nicht mehr sanfter machen, da mit dem Hinwegfallen des 5. Obertons zugleich wieder höhere Obertöne auftreten; andererseits wird der Klang jenseits dieser Grenze, obwohl er wieder an Stärke etwas zunimmt, nie so voll und kräftig als an der günstigsten Wirkungsstelle des Bogens. Diese Grenze (5 cm vom Steg oder 1 cm vom Griffbrett) gibt also zu gleicher Zeit jene Stellung des Bogens, bei welcher der Klang am wenigsten mit Obertönen ausgestattet ist (er enthält nur 5), also dem Charakter des Sanften soweit nahekommt, als die durch den Bogenstrich hervorgerufene Saitenbewegung dies überhaupt ermöglicht. Es braucht kaum mehr erwähnt zu werden, dass eine noch grössere Entfernung des Bogens vom Stege als die zuletzt betrachtete (7 cm) die Zusammensetzung des Saitenklanges nicht mehr günstiger gestalten kann; denn der Bogen tritt dann allmählich auch für die unteren Obertöne auf die zweite schwingende Abteilung, für die nächst höheren auf die dritte, so dass bald gar kein Oberton mehr in seinem vollen Glanze erscheinen würde.

---

Wir haben damit den Raum, innerhalb dessen der Bogen beim Violinspiel thätig ist, nach beiden Seiten hin durchmustert und es bleibt nun noch übrig, über die gefundenen Resultate einen kurzen Ueberblick zu geben.

1. Der Bogen löscht alle jene Obertöne aus, deren Knotenpunkte in einen gewissen Raum fallen, der zu beiden Seiten des Bogens auf eine messbare Strecke hinausreicht und den wir „Spielbreite“ nannten. Diese hat einen ungefähren Wert von 1,7 cm und in derselben kann eine ganze Reihe von Obertönen verschwinden.

2. Die höheren Obertöne sprechen nicht an, wenn der Bogen auf der zweiten schwingenden Abteilung wirkt; dies ist aber beim gebräuchlichen Strich mindestens vom 11. Oberton an der Fall, so dass höhere Obertöne als der 10. überhaupt nicht in Betracht kommen. Aber auch die Obertöne von niedriger Ordnungszahl sprechen in vollkommener Stärke nur dann an, wenn der Bogen auf ihrer ersten schwingenden Abteilung wirkt.

Hiedurch erklärt sich in einfacher Weise, warum bei allen Saiteninstrumenten die Erregungsstelle ziemlich weit gegen das Ende der Saite hin verlegt werden muss

3. Die günstigste Stelle für den Bogenstrich*) liegt in $^1/_{11}$ der Saitenlänge, 3 cm vom Steg entfernt, ungefähr in der Mitte zwischen Steg und Ende des Griffbrettes. An dieser Stelle ruft der Strich die ersten 8 Obertöne hervor. Die Stelle ist deswegen im allgemeinen die günstigste, weil bei grösserer Annäherung an den Steg der Grundton und der zweite Oberton an Stärke und Schönheit verlieren, während bei Annäherung an das Griffbrett die Klangfülle vermindert wird durch Abnahme der Anzahl der ansprechenden Obertöne.

4. Um dem Klang eine grössere Schärfe zu verleihen, mag man sich im Fortespiel bis auf höchstens 2 cm Entfernung dem Steg nähern, dadurch werden der 9. u. 10. Oberton für den Klang gewonnen; der Grundton spricht indessen hiebei in voller Stärke nur bei sehr starkem Strich an. Eine grössere Annäherung an den Steg ist unter allen Umständsn verwerflich.

5. Der Klang wird sanfter, d. h. ärmer an Obertönen, wenn man sich mit dem Bogen dem Griffbrett nähert; in dem Masse, als diese Annäherung erfolgt, verschwindet allmählich aus dem Klange der 8., 7. u. 6. Oberton. Hat der Bogen vom Ende des Griffbrettes ungefähr 1 cm Entfernung, so ist der Klang nur mehr aus den ersten 5 Obertönen zusammengesetzt. Dies ist die geringste Anzahl von Obertönen, welche den Saitenklang beim Streichen zusammensetzt, aber alle 5 Obertöne sprechen hiebei voll und ganz an, so dass der Klang immerhin noch voll und schön erscheinen muss, sich aber mehr dem Charakter des Sanften anschliesst. Durch eine grössere Annäherung des Bogens an das Griffbrett wird dieser Charakter des Sanften wieder gestört, ohne dass anderseits an Tonfülle etwas gewonnen würde.

6. Der Raum, innerhalb dessen der Bogen auf der Saite thätig sein soll, liegt demnach innerhalb zweier Grenzen; die eine hat 2 cm Entfernung vom Steg, die andere 1 cm Entfernung vom Ende des Griffbrettes. Während der Bogen mit seiner Strichstelle von einer Grenze zur anderen (also durch eine Strecke von 3 cm Länge) wandert, variirt die Klangzusammensetzung zwischen 10 und 5 Obertönen. Der Bogen hat demnach von seiner günstigsten Stellung aus gerechnet gegen das Griffbrett zu einen Spielraum von ungefähr 2 cm, gegen den Steg zu dagegen einen viel geringeren, nämlich nur 1 cm.

*) Auf der leeren Seite.

# II.

# Die Zusammensetzung des Klanges der durch Fingerdruck verkürzten Saiten der Violine.

Die im vorigen I. Abschnitt aufgestellten Sätze und Resultate gelten einstweilen nur für den Klang der leeren Violinsaiten und es fragt sich, in wieweit sich dieselben ändern, wenn die verschiedenen Finger der linken Hand auf die Saite drücken und dadurch andere Klänge hervorrufen. Dass sich hiebei die Verhältnisse manigfach ändern müssen, liegt auf der Hand. Vor allem ändert sich dadurch die Länge der Saite, während im allgemeinen die Strichstelle des Bogens dieselbe bleibt; die Spielbreite wird also vermutlich ganz andere Obertöne überdecken, als auf der leeren Saite. Ferner werden auf der durch den Finger verkürzten Saite die Obertöne wahrscheinlich nicht bis zu der entsprechend gleichen Höhe, vielleicht auch nicht mit derselben Leichtigkeit ansprechen, wie auf der leeren Saite. Endlich ist eine wichtige Frage die, ob sich nicht die im vorigen Abschnitte definierte Stelle **bc**, von der ja hauptsächlich die Grösse der Spielbreite abhängt, bei Verkürzung der Saite in ihrem Werte merklich ändert. Diese letztere Frage nach einer etwaigen Aenderung der Strecke **bc** bei Verkürzung der Saite durch den Finger musste zuerst erledigt sein, bevor ich die Schlussweisen des vorigen Abschnittes auch auf die verkürzten Saiten, also auf alle Klänge der Skale und des Instrumentes ausdehnen konnte. Daher nahm ich auch die Untersuchung dieser Frage zunächst in Angriff. Es war mir dabei im voraus klar, dass es nicht nötig sei, diese Aenderung der Strecke **bc** für jede beliebige Lage des drückenden Fingers festzuztellen; ich begnügte mich vielmehr, diese Strecke **bc** für zwei Lagen des drückenden Fingers, die so gewählt wurden, dass die betreffenden Saitenlängen unter sich und von der Länge der leeren Saite ziemlich verschieden sind, neuerdings zu bestimmen.

Das Verfahren, die Strecke **bc** festzustellen, blieb im Ganzen dasselbe, wie es im vorigen Abschnitt beschrieben wurde; nur ein weiterer Umstand trat auf, der mir anfänglich einige Schwierigkeiten machte. Da es nicht wohl angeht, eine zweite Person zu Hilfe zu nehmen, welche während der Versuche fortwährend den Finger auf die betreffende Stelle der Saite drückt, so musste ich auf ein Mittel bedacht sein, welches den drückenden Finger ersetzt. Verschiedenes, was ich zu diesem Zwecke anwandte, schlug fehl oder befriedigte mich nicht. Schliesslich führte ein einfaches Mittel

zum Ziel: ich nahm einen gewöhnlichen cylinderförmig abgerundeten Kork, schnitt längs einer Seitenlinie des Cylinders einen Kanal in denselben und band diesen Kork so über die Saiten, dass die Schnur in jenen Kanal zu liegen kam und dass die Axe des Cylinders senkrecht zu den Saiten stand. Um diesen Kork mit beliebiger Stärke auf die Saiten drücken lassen zu können, schnitt ich mir einen kleinen Keil aus Holz und trieb diesen soweit als nötig zwischen Schnur und Violinhals, oder zwischen Schnur und Seitenteil des Griffbrettes ein. Ich überzeugte mich, dass mir auf diese Weise der elastische Kork vollständig den elastischen Finger ersetzte, dass also der Klang der Saite bei Anwendung des Korkes vollständig übereinstimmte mit dem Klang, den ich bei Anwendung des Fingers erhielt. Wegen der Krümmung des Griffbrettes konnten aber nicht alle vier Saiten gleichzeitig vom Kork bedeckt werden, ich musste vielmehr die Versuche in zwei Abteilungen machen, indem ich einmal die E und A Saite, das andermal die D und G Saite zugleich mit dem Kork belastete. Eine weitere Schwierigkeit war dabei noch zu überwinden, nämlich die Länge der Saite genau anzugeben; da der Kork cylinderförmig ist, und von den Saiten einen Eindruck erfährt, so lässt sich der Punkt, von dem ab die Saite frei ist, nicht genau finden und ich musste deswegen die Länge der Saiten erst durch genaue Feststellung der Knotenpunkte des zweiten und dritten Obertones bestimmen. Es liess sich dabei nicht vermeiden, dass die Saitenlänge für die D und G Saite etwas anders ausfiel als für die E und A Saite, da es nicht gut möglich war, den Kork in beiden Versuchsfällen an die gleiche Stelle zu bringen. Deswegen sind in den folgenden Tabellen die Werte von kd für die E und A Saite etwas verschieden von denen für die D und G Saite.

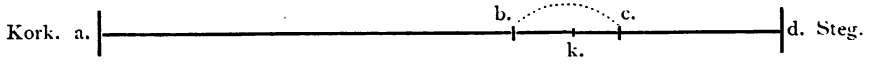
Wie schon oben erwähnt wurde, stellte ich in dieser Weise für zwei verschiedene Lagen des Fingers (respektive des Korkes) Versuche an zur Bestimmung der betreffenden Werte von **bc**, wodurch zwei weitere Tabellen entstanden, die ich im Folgenden mitteile. Die beiden Lagen des Korkes waren so gewählt, dass die E Saite das erstemal (Tabelle II) den um eine Quinte höheren Ton $h_2$, bei der zweiten Versuchsreihe (Tabelle III) aber den um eine Oktave höheren Ton $e_3$ gab; ebenso gab die A Saite im einen Fall den Ton $e_2$, im anderen die Oktave $a_2$ und entsprechend wurden die übrigen Saiten gestimmt. Die für die Tabelle I in der vorigen Abteilung angegebenen Bemerkungen gelten auch in den vorliegenden Fällen.

## Tabelle II.

## Violine.

Die E Saite ist so belastet, dass sie die Quinte, nämlich den Ton $h_2$ gibt; dasselbe gilt für die 3 anderen Saiten.

Länge der Saite für E und A: 21,15 cm; für D und G: 22 cm.



| Nr. des Ober-tones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3. | E. | $fis_4$ | 1,2 | 0,55 | 0,65 | 7,05 | |
| | A. | $h_3$ | 1,3 | 0,6 | 0,7 | | |
| | D | $e_3$ | 1,5 | 0,8 | 0,7 | 7,33 | |
| | G. | $a_2$ | 1,2 | 0,6 | 0,6 | | |
| 4. | E. | $h_4$ | 1,3 | 0,65 | 0,65 | 5,29 | |
| | A. | $e_4$ | 1,3 | 0,65 | 0,65 | | |
| | D. | $a_3$ | 1,7 | 0,9 | 0,8 | 5,5 | |
| | G. | $d_3$ | 1,3 | 0,7 | 0,6 | | |
| 5. | E. | $dis_5$ | 1,25 | 0,7 | 0,55 | 4,23 | |
| | A. | $gis_4$ | 1,35 | 0,75 | 0,6 | | |
| | D. | $cis_4$ | 1,5 | 0,8 | 0,7 | 4,4 | |
| | G. | $fis_3$ | 1,2 | 0,55 | 0,65 | | |
| 6. | E. | $fis_5$ | 1,2 | 0,7 | 0,5 | 3,53 | Grenzen etwas unsicher; Gelispel. |
| | A. | $h_4$ | 1,2 | 0,7 | 0,5 | | |
| | D. | $e_4$ | 1,35 | 0,75 | 0,6 | 3,66 | |
| | G. | $a_3$ | 1,6 | 1,0 | 0,6 | | Links schwierig! |
| 7. | E. | $a_5$ | | | | 3,02 | Erscheint; Grenzen nicht zu bestimmen. |
| | A. | $d_5$ | 1,25 | 0,7 | 0,55 | | Grenzen etwas unsicher. |
| | D. | $g_4$ | 1,2 | 0,65 | 0,55 | 3,14 | Links sehr schwierig. |
| | G. | $c_4$ | 1,35 | 0,7 | 0,65 | | Links schwierig. |
| 8. | E. | $h_5$ | | | | 2,64 | Gelingt. Grenzen unbestimmt. Gelispel. |
| | A. | $e_5$ | | | | | Gelingt rechts sehr deutlich. Grenzen unbestimmt, weil links schwierig. |
| | D. | $a_4$ | 1,2 | 0,7 | 0,5 | 2,75 | Rechts und links deutlich. |
| | G. | $d_4$ | 1,35 | 0,7 | 0,65 | | Links schwierig. |
| 9. | E. | $cis_6$ | | | | 2,35 | Gelingt; unsicher. |
| | A. | $fis_5$ | | | | | Gelingt rechts! links schwer. |
| | D. | $h_4$ | 1,2 | 0,6 | 0,6 | 2,44 | Spricht links und rechts gut an. |
| | G. | $e_4$ | 1,2 | 0,6 | 0,6 | | Spricht links und rechts gut an. |
| 10 | E. | $dis_6$ | | | | 2,12 | Spricht an, links unsicher; Gelispel. |
| | A. | $gis_5$ | | | | | Spricht an, links nicht, Gelispel. |
| | D. | $cis_5$ | 1,2 | 0,65 | 0,55 | 2,2 | Links schwierig. |
| | G. | $fis_4$ | 1,15 | 0,6 | 0,55 | | Links schwierig. |
| 11. | E. | $f_6$ (-) | | | | 1,92 | Ganz unsicher. |
| | A. | $ais_5$ (-) | | | | | Unsicher. |
| | D. | $dis_5$ (-) | | | | 2,0 | Gelingt unsicher. |
| | G. | $gis_4$ (-) | | | 0,75 | | Spricht links nicht an; rechts gellend. |

| Nr. des Obertones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12. | D. | $e_5$ | | | | 1,83 | Gelingt noch, aber unsicher. Gelispelt. |
| | G. | $a_4$ | | | | | Gelingt rechts sehr stark und gellend; links nicht. |
| 13. | D. | $fis_5$ (-) | | | | 1,69 | Spricht kaum mehr an; unsicher; lispelnd. |
| | G. | $h_4$ (-) | | | | | Spricht an; gellend. |
| 14. | G. | $c_5$ | | | | | Gelingt scharf und spitzig. |
| 16. | G. | $d_5$ | | | | | Gelingt noch. |
| 18. | G. | $e_5$ | | | | | Gelingt kaum mehr. |

Es ist von Interesse, diese Tabelle in einige Beziehung mit der Tabelle I zu bringen. Vergleichen wir zunächst jene Stellen, an welchen in beiden Tabellen die Resultate für die einzelnen Saiten soweit unsicher zu werden beginnen, dass die betreffenden Rubriken leer bleiben mussten. Dieselben sind in nachstehendem Schema zusammengestellt:

Tabelle I. Tabelle II.

| Saite | Numer des Obertones | Bezeichnung des Obertones | kd. | Numer des Obertones | Bezeichnung des Obertones | kd. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| E. | 10 | $gis_5$ | 3,27 | 7 | $d_5$ | 3,02 |
| A. | 12 | $e_5$ | 2,73 | 8 | $e_5$ | 2,64 |
| D. | 13 | $h_4$ (-) | 2,52 | 11 | $dis_5$ (-) | 2,0 |
| G. | 13 | $e_4$ (-) | 2,52 | 11 | $gis_5$ (-) | 2,0 |

Die Numern der Obertöne stimmen hier nicht überein, dagegen ist die Höhe der Obertöne für die E und A Saite fast identisch; für die D und G Saite finden sich unerhebliche Differenzen. Daraus folgt, dass die Unsicherheit oder die Schwierigkeit, den Oberton hervorzubringen, in beiden Fällen bei annähernd **gleichlangen** schwingenden Abteilungen der Saite beginne.

Dieselbe Thatsache zeigt sich noch deutlicher, wenn wir die höchsten noch ansprechenden Obertöne für beide Fälle zusammenstellen:

Tabelle I. Tabelle II.

| Saite | Numer des höchsten Obertones | Bezeichnung des höchsten Obertones | kd. | Numer des höchsten Obertones | Bezeichnung des höchsten Obertones | kd. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| E. | 16 | $e_6$ | 2,04 | 10 | $dis_6$ | 2,12 |
| A. | 16 | $a_5$ | 2,04 | 11 | $ais_5$ (-) | 2,0 |
| D. | 18 | $e_5$ | 1,82 | 12 | $e_5$ | 1,83 |
| G. | 32 | $g_5$ | 1,02 | 16 | $d_5$ | 1,37 |

Hier zeigt nur die G Saite eine kleine Differenz, so dass wir mit Sicherheit annehmen können, dass die Obertöne auf derselben Saite in allen Fällen, d. h. **auch** wenn die Saiten durch den Finger verkürzt werden, bei der gleichen absoluten Höhe, also bei gleicher Länge der schwingenden Abteilungen, aufhören anzusprechen.

Aus beiden eben aufgeführten **Thatsachen** folgt aber dann weiter, dass die Zahl der auf der Saite möglichen Obertöne in dem Masse abnimmt, als dieselbe durch den Finger verkürzt wird. Desgleichen nimmt in demselben Grade die Zahl der gut und voll ansprechenden Obertöne ab.

Um endlich zwischen beiden Tabellen noch einen Vergleich inbetreff der Werte für bc, kb und kc anstellen zu können, war es nötig, aus der Tabelle II für diese Grössen arithmethische Mittelwerte zu berechnen; der bequemeren Vergleichung wegen stelle ich die früher berechneten Mittelwerte der Tabelle I nebenhin.

**Mittelwerte aus:**

| | Tabelle I. | | | Tabelle II. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Saite | bc. | kb. | kc. | bc. | kb. | kc. |
| E. | 1,307 | 0,68 | 0,62 | 1,24 | 0,65 | 0,59 |
| A. | 1,372 | 0,75 | 0,622 | 1,28 | 0,68 | 0,60 |
| D. | 1,395 | 0,78 | 0,615 | 1,36 | 0,73 | 0,63 |
| G. | 1,37 | 0,72 | 0,65 | 1,29 | 0,68 | 0,61 |

Die Werte der Tabelle II sind durchgängig und zwar so ziemlich gleichmässig für alle vier Saiten um ein Weniges kleiner, woraus zu folgen scheint, dass die Strecke bc für die mit dem Finger verkürzten Saiten etwas kleiner sei. Will man die Werte, wie im früheren Falle geschehen ist, für alle vier Saiten abrunden, so wird man für **kc** offenbar 0,6, für **kb** 0,7 cm wählen müssen, woraus sich dann **bc** = 1,3 cm ergibt. Es sind dies dieselben Werte wie sie im I. Abschnitt aufgestellt wurden; allerdings wird durch Annahme dieser abgerundeten Werte ein Teil der für die Tabelle II aufgestellten Mittelwerte erhöht, aber eben nur um äusserst wenig. Andererseits wurden ja durch Annahme derselben abgerundeten Beträge die der Tabelle I entsprechenden Mittelwerte meist verkleinert und hieraus dürfte folgen, dass man die Werte **bc** = 1,3 cm, **kb** 0,7 cm und **kc** 0,6 cm ohne weiteres Bedenken für die sämtlichen Klänge der Skala, die zwischen dem Klang der leeren Saite (Tabelle I) und jenem Klang, der mit dem vierten Finger der linken Hand gegriffen wird (Tabelle II), liegen, als richtig weiteren Schlüssen zugrunde legen könne.

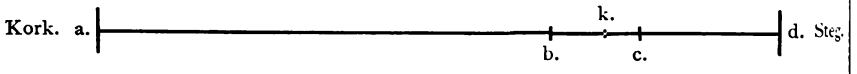
Um nun zu ersehen, ob bei noch grösserer Verkürzung der Saiten sich weitere Aenderungen für diese Werte ergeben, habe ich noch eine dritte Versuchsreihe angestellt, wobei jede Saite durch Kork in der früher beschriebenen Weise so belastet wurde, dass sie die Oktave des leeren Saitenklanges ergab. Die gefundenen Resultate sind in der folgenden Tabelle III enthalten.

## Tabelle III.

## Violine.

Die E Saite gibt die Oktave $e_3$, entsprechend sind die übrigen Saiten belastet.

Länge der Saite für E und A 16,3 cm, für D und G 16,6 cm. Die Zahlen der Tabelle bedeuten Centimeter.




| Nr des Obertones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3. | E. | $h_4$ | 1,15 | 0,6 | 0,55 | 5,43 | |
| | A | $e_4$ | 1,35 | 0,65 | 0,7 | | |
| | D. | $a_3$ | 1,3 | 0,65 | 0,65 | 5,53 | |
| | G. | $d_3$ | 1,4 | 0,75 | 0,65 | | |
| 4. | E. | $e_5$ | 1,15 | 0,6 | 0,55 | 4,07 | Lispelnder Ton. |
| | A. | $a_4$ | 1,2 | 0,65 | 0,55 | | |
| | D. | $d_4$ | 1,35 | 0,85 | 0,5 | 4,15 | |
| | G. | $g_3$ | 1,1 | 0,55 | 0,55 | | |
| 5. | E. | $gis_5$ | 1,0 | 0,5 | 0,5 | 3,26 | Schwach und lispelnd. |
| | A. | $cis_5$ | 1,25 | 0,65 | 0,6 | | |
| | D. | $fis_4$ | 1,1 | 0,55 | 0,55 | 3,32 | Links schlecht; der Ton blitzt nur manchmal auf. |
| | G. | $h_3$ | 1,15 | 0,55 | 0,6 | | |
| 6. | E. | $h_5$ | | | | 2,707 | Spricht an; Grenzen unsicher. |
| | A. | $e_5$ | 1,3 | 0,65 | 0,65 | | Links schwierig. |
| | D. | $a_4$ | 1,3 | 0,65 | 0,65 | 2,75 | |
| | G | $d_4$ | 1,1 | 0,6 | 0,5 | | |
| 7. | E. | $d_6$ | | | | 2,33 | Ganz unsicher. |
| | A. | $g_5$ | | | | | Tritt noch auf; Grenzen unsicher. |
| | D. | $c_5$ | | | 0,65 | 2,37 | Rechts gut, links fast gar nicht. |
| | G. | $f_4$ | 1,1 | 0,55 | 0,55 | | Links schlecht. |
| 8. | E. | $e_6$ | | | | 2,04 | Gelingt kaum. |
| | A. | $a_5$ | | | | | Spricht noch an, lispelnd. |
| | D. | $d_5$ | | | | 2,07 | Spricht rechts und links an; Grenzen unbestimmt. |
| | G. | $g_4$ | | | | | Links nicht! Rechts scharf und gellend. |
| 9. | D. | $e_5$ | | | | 1,84 | Gelingt rechts schlecht, links nicht. |
| | G. | $a_4$ | | | | | Gelingt rechts scharf gellend, links kaum. |

| Nr. des Ober-tones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10. | D. | $fis_5$ | | | | 1,66 | Spricht nicht an. |
| | G. | $h_4$ | | | | | Spricht rechts scharf und gellend an. Links nicht. |
| 12. | G. | $d_5$ | | | | 1,38 | Spricht an. |
| 14. | G. | $f_5$ | | | | 1,17 | Spricht nicht mehr an. |

Auch in dieser Tabelle beginnt die Unsicherheit in der Herstellung er Obertöne so ziemlich an derselben Stelle, wie in den beiden vorigen Tabellen, und die höchsten noch ansprechenden Obertöne reichen bis ungefähr in die gleiche Region. Als Mittelwerte finden sich die folgenden:

| Saite | bc. | kb. | kc. |
|---|---|---|---|
| E. | 1,1 | 0,57 | 0,53 |
| A. | 1,275 | 0,65 | 0,625 |
| D. | 1,262 | 0,675 | 0,587 |
| G. | 1,17 | 0,6 | 0,57 |

Vergleicht man diese mit den Mittelwerten der Tabelle II, so zeigen ie sich wieder etwas kleiner. Diese allmähliche Abnahme des Wertes von bc von einer Tabelle zur anderen, d h. also bei Verkürzung der Saiten mit dem Finger, war mir auffallend. Ich hatte erwartet, dass die Strecke bc bei demselben Obertone auf derselben Saite, immer dieselbe bleibe, sei es nun, dass der Oberton auf der leeren oder auf der mit dem Finger verkürzten Saite hervorgerufen werde. In diesem Falle wären die Tabellen II und III eigentlich nur Wiederholungen der entsprechenden Regionen aus Tabelle I geworden. So aber zeigte sich im allgemeinen eine Tendenz zu etwas kleineren Werten und wenn diese Verkleinerung auch in sehr engen Grenzen bleibt, so entsteht doch gebieterisch die Frage nach einer Erklärung dieser Thatsache. Ich glaube hierüber Aufschluss geben zu können, indem ich irgend einen Oberton der leeren Saite mit dem gleich hohen der durch den Finger verkürzten Saite in Beziehung setze. Vergleichen wir z. B. den 8. Oberton der leeren Saite (Tabelle I) mit dem 4. Oberton der durch Fingerdruck in der Mitte um eine Oktave höher gestimmten Saite (Tabelle III). Beide Obertöne sind identisch gleich hoch, in beiden Fällen hat die Länge der einzelnen schwingenden Abteilungen der Saite den gleichen Wert (4 cm etwa) und doch finden sich für alle vier Saiten im zweiten Falle kleinere Werte in der Tabelle (III) als im ersten Fall.

Aber im ersten Falle muss die ganze Saite **ad** (Figur 4) sich in acht schwingende Unterabteilungen zerlegen, im zweiten Falle muss die

**Figur 4.**

halbe Saite **md** vier solcher Teile bilden. Der Versuch zeigt, dass die letztere Zerlegung etwas leichter mit dem Bogen hervorzurufen ist, und die Gründe hiefür sind wohl unschwer aufzufinden. Auf der ganzen Saite müssen durch den Bogen 7 labile Knotenpunkte erzeugt werden, auf der halben bloss deren 3, was jedenfalls leichter ist; ferner zeigt der kleinere Teil **md** der Saite gewiss im allgemeinen weniger Inhomogenitäten als die ganze Saite **ad**; endlich muss bei acht schwingenden Unterabteilungen eine grössere Menge Stoff in Bewegung gesetzt werden, als bei vieren, d. h. die Arbeit ist im ersteren Falle eine grössere als im letzteren. Der Oberton wird aus diesen Gründen leichter auf **md** ansprechen, d. h. die Strecke **bc** wird für den Teil **md** etwas kleiner ausfallen als für die ganze Saite ad. Diese Erklärung lässt sich auch durch Versuche an einem Seil, welches man durch periodische Schwingungen der Hand in Abteilungen zu zerlegen sucht, erhärten; man wird leichter 4 Abteilungen an der Hälfte des Seiles, als deren 8 am ganzen Seil hervorrufen können.

Die Mittelwerte der Tabelle III lassen sich ungezwungen so abrunden, dass wir **kc** = 0,6 cm, **kb** 0,6 cm und **bc** 1,2 cm setzen. Während wir also von Tab. I zu Tab. III übergehen, d. h. während die Länge der Saite allmählig durch den Finger auf die Hälfte reduziert wird, ändert sich **kc** gar nicht, **kb** geht von 0,7 in 0,6 über und **bc** ändert sich von 1,3 in 1,2. Diese Aenderungen sind demnach äusserst geringfügiger Natur, denn sie betragen für **bc** und **kb** durchschnittlich nur ein Millimeter.

Es ist nun eine Bestimmung darüber zu treffen, welche Werte der Grössen **bc**, **kb** und **kc** einzuführen sind für jene Klänge, die zwischen der Quinte des Grundtones, für welche ja die Tabelle II aufgestellt wurde, und der Oktave, welche der Tab. III zugrunde liegt, inmitten liegen. Man hat in dieser Region für **bc** die Wahl zwischen dem Wert 1,3 cm und 1,2 cm: es wird sich zeigen, dass beide Werte zu identisch gleichen Resultaten führen. Da aber 1,3 cm die Mittelwerte aus Tab. II teilweise schon um weniges übersteigt, so werden wir für die der Quinte folgenden höheren Klänge bis zur Oktave des Grundtones den Wert **bc** = 1,2 cm, also auch **kb** 0,6 cm zur Anwendung bringen. Für noch höhere Klänge als die Oktave habe ich keine weiteren Versuche mehr angestellt; ich hielt dies in anbetracht der geringfügigen Aenderung der Strecke **bc** für unnötig und glaube, dass man für die ganze nächstfolgende höhere Oktave der Wahrheit hinreichend nahe kommt, wenn man den Wert bc = 1,1 cm in Rechnung bringt. Klänge, welche über die Doppeloktave hinauf reichen, kommen äusserst selten zur Verwendung, können also füglich in der vorliegenden Untersuchung übergangen werden.

Wir sind nun vollständig ausgerüstet, um für alle Klänge einer Violinsaite, die mit dem Finger gegriffen werden, die Zusammensetzung in der Weise, wie wir das im I. Abschnitt für die leeren Saiten gethan haben, zu bestimmen. Zu diesem Zwecke müssen wir für jeden mit dem Finger gegriffenen Saitenklang die zugehörige Saitenlänge sowie die Längen der den einzelnen Obertönen entsprechenden Abteilungen (Partiallängen) berechnen. Diese Längen finden sich in folgender Zusammenstellung aufgeführt; es bedeuten die Zahlen in der ersten Horizontalreihe die Numern der Obertöne; in der ersten Vertikalreihe habe ich die Durskala der A Saite angegeben. Jeder Klang wird als durch den Finger der linken Hand auf der A Saite gegriffen gedacht. Die Zahlen gelten aber natürlich nicht bloss für die Klänge der A Saite, sondern für die entsprechenden Klänge der übrigen Saiten ebenso. Der Vollständigkeit halber ist auch der Klang der leeren Saite mitaufgenommen worden.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_1$ | 32,72 | 16,36 | 10,91 | 8,18 | 6,54 | 5,45 | 4,67 | 4,09 | 3,64 | 3,27 |
| $h_1$ | 29,07 | 14,53 | 9,02 | 7,27 | 5,81 | 4,85 | 4,15 | 3,63 | 3,23 | 2,90 |
| $cis_2$ | 26,18 | 13,09 | 8,73 | 6,55 | 5,24 | 4,36 | 3,74 | 3,27 | 2,91 | 2,62 |
| $d_2$ | 24,54 | 12,27 | 8,18 | 6,13 | 4,91 | 4,09 | 3,51 | 3,07 | 2,73 | 2,45 |
| $e_2$ | 21,81 | 10,90 | 7,27 | 5,45 | 4,36 | 3,64 | 3,11 | 2,73 | 2,42 | 2,18 |
| $fis_2$ | 19,63 | 9,81 | 6,54 | 4,91 | 3,93 | 3,27 | 2,80 | 2,45 | 2,18 | 1,96 |
| $gis_2$ | 17,45 | 8,72 | 5,82 | 4,36 | 3,49 | 2,91 | 2,49 | 2,18 | 1,94 | 1,74 |
| $a_2$ | 16,36 | 8,18 | 5,45 | 4,09 | 3,27 | 2,73 | 2,34 | 2,05 | 1,82 | 1,64 |
| $h_2$ | 14,53 | 7,27 | 4,85 | 3,63 | 2,90 | 2,42 | 2,07 | 1,82 | 1,62 | 1,45 |
| $cis_3$ | 13,09 | 6,55 | 4,36 | 3,27 | 2,62 | 2,18 | 1,87 | 1,64 | 1,45 | 1,31 |
| $d_3$ | 12,27 | 6,13 | 4,09 | 3,07 | 2,45 | 2,05 | 1,77 | 1,53 | 1,36 | 1,23 |
| $e_3$ | 10,90 | 5,45 | 3,64 | 2,73 | 2,18 | 1,82 | 1,56 | 1,36 | 1,21 | 1,09 |
| $fis_3$ | 9,81 | 4,91 | 3,27 | 2,45 | 1,96 | 1,64 | 1,40 | 1,23 | 1,09 | 0,98 |
| $gis_3$ | 8,72 | 4,36 | 2,91 | 2,18 | 1,74 | 1,45 | 1,25 | 1,09 | 0,97 | 0,87 |
| $a_3$ | 8,18 | 4,09 | 2,73 | 2,05 | 1,64 | 1,36 | 1,17 | 1,02 | 0,91 | 0,82 |

Zum besseren Verständniss der Auffassung und Berechnung vorstehender Zusammenstellung möge ein Beispiel dienen:

Der Klang $cis_2$ auf der A Saite der Violine, der mit dem zweiten Finger der linken Hand gegriffen wird, ist die grosse Terz des Klanges der leeren A Saite. Man findet die Saitenlänge dieses Tones $cis_2$, indem man (nach Pythagoras) die Länge der leeren Saite 32,72 cm mit $^4/_5$ multipliziert. Dies ergibt 26,18 cm, welche Zahl in der mit 1 überschriebenen Vertikalreihe sich findet. Die Partiallängen des 2. und der folgenden Obertöne ergeben sich hieraus durch Division durch 2,3 . . . .; z. B. hat der 5. Oberton von $cis_2$ die Partiallänge 26,18 cm : 5 = 5,24 cm, welche Zahl an der Stelle aufgeführt ist, wo die 5. Vertikalreihe sich mit der dem Klang $cis_2$ entsprechenden Horizontalreihe schneidet. Die für $cis_2$ berechneten Zahlen gelten endlich auch für die grossen Terzen der drei übrigen Saiten, also für $gis_2$ auf E, $fis_1$ auf D und h auf der G Saite. Es enthält also vorstehende Zusammenstellung die Saitenlängen der meisten auf der Violine vorkommenden Klänge, sowie die

Partiallängen der zugehörigen Obertöne. Die letzteren wurden bloss bis zum 10. berücksichtigt, da ja nach den Resultaten des I. Abschnittes schon auf der leeren Saite höchstens 10 Obertöne den Klang bilden helfen, so dass also bei den durch den Finger verkürzten Saiten umso weniger noch höhere Obertöne inbetracht kommen können.

Unsere weitere Aufgabe besteht nun darin, für jeden Klang aufzusuchen, welche unter den 10 möglichen Obertönen jeweils der Spielbreite zum Opfer fallen. Wir ziehen dabei jene vier Lagen des Bogens inbetracht, welche bereits bei Untersuchung des Klanges der leeren Saiten speziell abgehandelt wurden, nämlich eine äusserste Lage des Bogens gegen den Steg zu, desgleichen eine solche gegen das Griffbrett zu, ferner jene Zwischenlage des Bogens, welche wir als die im allgemeinen günstigste definierten und endlich die Ausnahmslage gerade über dem Ende des Griffbrettes. Der Spielbreite selbst müssen wir nach den bereits besprochenen Resultaten der verschiedenen Tabellen in der Weise verschiedene Werte geben, dass wir die ganze Reihe der Klänge vom leeren Saitenklang ab bis zu dessen Doppeloktave in 3 Abteilungen zerlegen; die erste Abteilung reicht (auf der A Saite) von $a_1$ bis $c_2$ und die Spielbreite hat hier den Wert 1,7 cm, weil **kb** = 0,7 cm, **kc** = 0,6 cm gefunden wurde, während die Berührungsbreite des Bogens selbst 0,4 cm beträgt. Als Grenzen der Spielbreite habe ich für die vier erwähnten Lagen des Bogens dieselben genommen, die im I. Abschnitt aufgestellt wurden. Für die nächste Abteilung, die sich von $c_2$ bis $a_2$ erstreckt, tritt die geringfügige Aenderung ein, dass die Spielbreite = 1,6 cm zu nehmen ist, da sich aus Tabelle II und III für **kb** annähernd der Wert 0,6 ergab. Endlich wurden für die letzte Abteilung, die ganze Oktave von $a_2$ bis $a_3$ umfassend, die Werte **bc** = 1,1, **kb** = **kc** = 0,55 und eine Spielbreite von 1,5 cm zugrunde gelegt. Es war nun die einfache Aufgabe zu erledigen, aus der Reihe der 10 Obertöne jene auszuscheiden, von welchen der erste, zweite oder ein späterer labiler Knotenpunkt innerhalb der Grenzen der Spielbreite zu liegen kommt. Die Resultate dieser Ausscheidung sind für sämtliche Klänge der A Saite in folgender Tabelle zusammengestellt; dieselben gelten natürlich für die entsprechenden Klänge der übrigen Saiten. Die Bedeutung der Zahlen, Klammern und Punkte wird sofort erläutert werden.

| Klänge | Aeusserste Lage des Bogens am Steg | Günstigste Lage des Bogens | Aeusserste Lage des Bogens am Griffbrett | Lage des Bogens über dem Ende des Griffbrettes |
|---|---|---|---|---|
| | Grenzen der Spielbreite für die I. Abteilung | | | |
| | 2,97 bis 1,27 | 3,8 bis 2,1 | 5,8 bis 4,1 | 7,0 bis 5,3 |
| $a_1$ | (10) | (8).. | (5)....[9, 10] | (4)..7, 8[9]. |
| $h_1$ | (9). | (7)... | (4)...[8, 9]. | (4).6, 7[8].. |
| $cis_2$ | (8).. | (6).... | (4)..7[8, 9]. | (3).5, 6[7]..[10] |
| $d_2$ | (8).. | (6).... | (4)..[7, 8].. | (3).5, 6...[10] |
| $e_2$ | (7)... | (5)..... | (3)..[6, 7]... | (3).5[6]..[9]. |

| Klänge | Aeusserste Lage des Bogens am Steg | Günstigste Lage des Bogens | Aeusserste Lage des Bogens am Griffbrett | Lage des Bogens über dem Ende des Griffbrettes |
|---|---|---|---|---|
| | **Grenzen der Spielbreite für die II. Abteilung** | | | |
| | 2,97 bis 1,37 | 3,8 bis 2,2 | 5,8 bis 4,2 | 7,0 bis 5,4 |
| $fis_2$ | (6).... | (5)....[10] | (3).[5, 6]...[10] | (2).4[5]..[8].. |
| $gis_2$ | (5)..... | (4)....[9]. | (2)..[5]..... | (2).4..[7]... |
| $a_2$ | (5)..... | (4)...[8].. | (2).4[5]..[8].. | (2).4..... |
| | **Grenzen der Spielbreite für die III. Abteilung** | | | |
| | 2,92 bis 1,42 | 3,75 bis 2,25 | 5,75 bis 4,25 | 6,95 bis 5,45 |
| $h_2$ | (4)..... | (3)...[7]... | (2).[4]..[7]... | (2)3[4].[6].... |
| $cis_3$ | (4)..... | (3)..[6].... | (2).[4]..... | (1).3.[5]..... |
| $d_3$ | (4)..... | (3)..[6].... | (2)3[4].[6].... | (1).3.[5].[7]... |
| $e_3$ | (3)..... | (2)..[5]..... | (1).[3]..... | (1).[3]..... |
| $fis_3$ | (3)..... | (2)..[5]..... | (1).[3].[5]..... | (1)2.[4]..... |
| $gis_3$ | (2)..... | (2).[4]..... | (1).[3]..... | (1)2..... .. |
| $a_3$ | (2)..... | (2).[4]..... | (1)2.[4]..... | (1)2..... |

An einem Beispiel will ich erläutern, wie die in der vorstehenden Tabelle aufgeführten Zahlen aufzufinden und wie die darin angewendeten Zeichen zu verstehen sind. Nehmen wir an, es soll untersucht werden, wie der Klang $a_2$ zusammengesetzt ist, wenn der Bogen jene Stellung einnimmt, die wir als „äusserste am Griffbrett" bezeichnen. Als Grenzen der Spielbreite finden sich für diese Stellung, wobei die Mitte des Bogens in 5 cm Entfernung vom Stege angenommen wird, 5 + 0,8 und 5 — 0,8 also 5,8 und 4,2. Nun fragen wir, welche Obertöne kommen mit ihren Knotenpunkten in diesen Bereich zu liegen und benützen zu dem Zweck die Zusammenstellung der Partiallängen (pag. 31) für den Klang $a_2$. Es findet sich, dass der erste und zweite Oberton ohne Hindernis auftreten und zwar wirkt für beide der Bogen auf der ersten schwingenden Abteilung also in günstiger Weise, d. h. diese Obertöne werden sicher ansprechen. Jene Reihe von Obertönen vom ersten an aufwärts, welche sicher ansprechen, habe ich nun in der Weise in die Tabelle aufgenommen, dass ich ihre Anzahl in eine runde Klammer einschloss, so dass also im vorliegenden Falle (2) aufzunehmen war. Der dritte Oberton fällt mit dem ersten labilen Knotenpunkt in die Spielbreite, bleibt also aus, was durch einen Punkt angedeutet wurde. Der vierte und fünfte Oberton können auftreten, sie wurden durch die Ziffern 4 und 5 angedeutet; daraus, dass diese beiden Ziffern auf die durch einen Punkt markierte Lücke folgen, ergibt sich zugleich, dass der Bogen auf der zweiten schwingenden Abteilung dieser

Obertöne wirkt, was als ungünstig bezeichnet werden muss. Weiterhin fallen vom 6. und 7. Oberton je der zweite labile Knotenpunkt in die Spielbreite, sie fallen also aus und wurden durch zwei Punkte bezeichnet. Der 8. Oberton dagegen hat keinen Knotenpunkt in der Spielbreite liegen, er kann auftreten und wird mit 8 bezeichnet. Da diese Ziffer 8 auf die zweite Lücke folgt, so erkennt man daraus, dass der Bogen auf der dritten schwingenden Abteilung dieses Obertones wirkt, was für sein Auftreten noch ungünstiger ist. Der 9. und 10. Oberton endlich kommen je mit dem dritten Knotenpunkt in die Spielbreite zu liegen, fallen also aus. Höhere Obertöne als den 10. habe ich nicht berücksichtigt. Demnach ergibt sich für diesen Fall die Zusammensetzung des Klanges $a_2$ so:

(2) . 4, 5 . . 8 . .

und so findet sich dieselbe am entsprechenden Orte der Tabelle angegeben. Es erübrigt nur noch die Bedeutung der eckigen Klammern zu erklären. Dass von jenen Obertönen, die nach einer punktierten Lücke verzeichnet sind, für welche also der Bogen auf der zweiten oder gar auf einer späteren schwingenden Abteilung wirkt, viele nicht ansprechen können, ist leicht einzusehen. Denn wenn wir aus dem Klange der leeren Saite den 11. Oberton streichen mussten, weil er kaum auf der ersten geschweige denn auf der zweiten schwingenden Abteilung anspricht, so wird man bei der durch den Finger verkürzten Saite aus demselben Grunde Obertöne von noch niedrigerer Ordnungszahl streichen müssen.

Aus unseren drei Tabellen ergibt sich, dass im allgemeinen Obertöne, deren Partiallänge 2 cm beträgt, die höchsten sind, die auf der ersten Abteilung mit knapper Mühe noch ansprechen, nur für die G-Saite ergab sich ein kleinerer Wert. Sieht man aber in denselben Tabellen nach, wie weit die Obertöne auf der zweiten Abteilung sich hervorrufen lassen, so findet sich, dass meist ein Ansprechen nicht erfolgt oder wenigstens schwierig wird, wenn die Partiallänge des Obertones unter 4 cm herabgeht.

Ich habe nun alle jene Obertöne der Tabelle, für welche der Wert der einzelnen schwingenden Abteilung unter 4 cm herabsinkt, in eckige Klammern eingeschlossen und will damit bezeichnen, dass diese Obertöne wahrscheinlich ganz ausbleiben oder wenigstens nicht in ihrer vollen Stärke ansprechen werden.

Die einzelnen Sparten der vorstehenden Tabelle werden in sehr ungleichem Grade von dieser Massregel betroffen. Die erste Vertikalreihe enthält gar keine derartigen Beitöne II. Ordnung; die zweite Vertikalreihe dagegen hat in ihren höheren Lagen je einen solchen Beiton; von diesen kann man aber entschieden behaupten, dass sie alle insgesamt wegzulassen sind; die diesen zugehörigen Partiallängen liegen nämlich innerhalb der Grenzen 2,18 und 1,94, sie würden demnach nicht einmal oder kaum ansprechen, wenn der Bogen auf ihrer ersten schwingenden Abteilung wirken würde; im vorliegenden Fall aber wirkt er auf der zweiten, so dass an ein Auftreten dieser Töne nicht zu denken ist.

Es ist also die zweite Vertikalreihe ebenso frei von Beitönen, wie die erste.

Die der vierten Vertikalreihe zugrunde liegende Stellung des Bogens (über dem Ende des Griffbrettes) verwerfe ich ganz und gar und zwar

aufgrund der für diese Stellung gewonnenen Resultate. Man vergleiche von Klang zu Klang die in der vierten Rubrik angegebenen zersplitterten Toncombinationen mit den entsprechenden enggeschlossenen der zweiten Vertikalreihe, welche der günstigsten Stellung des Bogens entspricht. Man wird die letzteren Klangzusammensetzungen ohne Ausnahme als entschieden bessere bezeichnen müssen, auch wenn man annimmt, dass alle in eckiger Klammer stehenden Obertöne der vierten Rubrik ansprechen, was sicher nicht der Fall ist. Es kann also das Hinausschieben des Bogens bis zum Ende des Griffbrettes für keinen Klang eine ebensogute, geschweige denn eine bessere Zusammensetzung ergeben, als sie durch die günstigste Stellung des Bogens hervorgerufen wird.

Vergleicht man andererseits die Zahlen der vierten Rubrik mit jenen der dritten, so zeigt sich, dass, wenn es darauf ankommt, dem Klange den Charakter der Milde zu verleihen, die Stellung des Bogens über dem Ende des Griffbrettes wieder ungünstigere Klänge liefert; denn in der vierten Vertikalreihe treten die höheren Obertöne viel reichlicher auf als in der dritten, wodurch der Zweck, einen sanften Klang zu erzielen, vereitelt werden muss. Alle diese Gründe sprechen dafür, die Lage des Bogens über dem Griffbrett zu verwerfen, wie das schon im I. Abschnitt für den leeren Saitenklang geschehen ist.

Die dritte Vertikalreihe wird endlich, wenn die in eckigen Klammern stehenden Obertöne als stumme angesehen werden dürfen, auch ziemlich frei von Beitönen. Indessen darf hier nicht unerwähnt bleiben, dass unter den in eckige Klammern gestellten Obertönen auch solche vorkommen, deren Partiallängen den Wert 3,6 cm erreichen, in zwei Fällen sogar übersteigen. Unsere drei Versuchstabellen zeigen nun, dass bei einer Partiallänge 3,6 der Oberton auf der zweiten Abteilung zwar im allgemeinen nicht oder schlecht anspricht, aber er kann ansprechen. Es muss also zugestanden werden, dass bei günstigen Verhältnissen des Striches, der Saiten und des Instrumentes der eine oder andere in eckige Klammer gestellte Oberton anspreche; aber es sind nur wenige Obertöne (einige von den ersten nach der punktierten Lücke) die in diese Lage kommen können, und auch bei diesen ist's im allgemeinen unwahrscheinlich; ausserdem würde eine kleine Verschiebung des Bogens gegen die günstigste Stellung hin deren Auftreten unmöglich machen.

Ich halte es daher für dem Thatbestand entsprechender, diese Obertöne aus der Tabelle auszuscheiden, als sie beizubehalten.

Es wird sich nun empfehlen, die vorige Tabelle unter Ausschluss der vierten Vertikalreihe, sowie der in eckigen Klammern stehenden stummen Obertöne als das endgültige Resultat unserer Untersuchungen noch einmal aufzustellen.

Es braucht wohl kaum wiederholt angegeben zu werden, dass die Zahl in runder Klammer die Anzahl der Obertöne bedeutet, welche vom ersten angefangen voll und ganz ansprechen. Ebenso selbstverständlich ist, dass die Tabelle auch giltig ist für die entsprechenden Reihen von Klängen auf den übrigen Saiten.

| Klänge | Aeusserste Lage des Bogens am Steg | Günstigste Lage des Bogens | Aeusserste Lage des Bogens am Griffbrett |
|---|---|---|---|
| $a_1$ | (10) | (8) | (5) |
| $h_1$ | (9) | (7) | (4) |
| $cis_2$ | (8) | (6) | (4) . . 7 |
| $d_2$ | (8) | (6) | (4) |
| $e_2$ | (7) | (5) | (3) |
| $fis_2$ | (6) | (5) | (3) |
| $gis_2$ | (5) | (4) | (2) |
| $a_2$ | (5) | (4) | (2) . 4 |
| $h_2$ | (4) | (3) | (2) |
| $cis_3$ | (4) | (3) | (2) |
| $d_3$ | (4) | (3) | (2) 3 |
| $e_3$ | (3) | (2) | (1) |
| $fis_3$ | (3) | (2) | (1) |
| $gis_3$ | (2) | (2) | (1) |
| $a_3$ | (2) | (2) | (1) 2 |

Durch Aufstellung vorstehender Tabelle habe ich das Ziel der vorliegenden Untersuchung erreicht und es liegt mir nur noch ob, diese Resultate nach verschiedenen Seiten hin schärfer in's Auge zu fassen. Dieselben sind interessant genug. Zunächst gibt uns die Tabelle einen Massstab dafür, wie sich der Saitenklang ändert, wenn der Bogen den ihm erlaubten Spielraum vom Steg zum Griffbrett durchwandert: Der Klang wird dabei in allen Fällen ärmer an Obertönen, er wird sanfter, ja er wird bei den höheren Klängen fast zu sanft, indem sich diese ja schliesslich nur mehr aus 2 ja sogar nur aus einem einzigen Oberton zusammensetzen. Dieser letztere Fall, dass der Klang nur mehr seinen Grundton enthält, ist besonders merkwürdig und fordert offenbar dazu auf, das Resultat der Untersuchung zu prüfen. Ein hiezu geeigneter Klang ist $e_3$ auf der A Saite; wendet man für diesen Klang den Bogen in der äussersten Lage am Griffbrett an, so soll nach der Tabelle nur der Grundton erklingen. Nun ist aber $e_3$ zugleich der dritte Oberton der leeren A Saite, also ein sogenannter Flageoletton der Saite, der sich auch durch leises Aufsetzen des Fingers hervorbringen lässt. Es muss also gleichgültig sein, ob man für den Klang $e_3$ den Finger fest auf das Griffbrett drückt oder ob man, um den Flageoletton $e_3$ zu erzeugen, den Finger bloss leise aufsetzt; in beiden Fällen soll ein und derselbe Klang, nämlich nur ein Oberton entstehen, vorausgesetzt, dass man die Lage des Bogens am Griffbrett wählt. Durch den Versuch finde ich wirklich den durch starken Druck des Fingers an dieser Stelle erzeugten Klang identisch mit dem Flageoletton; der letztere klingt nur länger nach und ist sogar kräftiger und schöner, was daraus zu erklären ist, dass nicht bloss $^1/_3$ der Saite sondern auch die übrigen $^2/_3$ kräftig mitklingen. Es muss indessen bei

diesem Versuch die nebenliegende Saite E mit einem der übrigen Finger der linken Hand gedämpft werden, da sonst diese auch stark mitklingt und einen genauen Vergleich beeinträchtigt. Dasselbe finde ich vollständig bestätigt an den entsprechenden Klängen der 3 übrigen Saiten, nämlich an $h_3$ auf E, $a_2$ auf D und $d_2$ auf G. Ich finde aber in den vier Fällen den Klang bei fest niedergedrücktem Finger schärfer als den Flageoletton, wenn der Bogen mehr gegen den Steg zu gestellt wird.

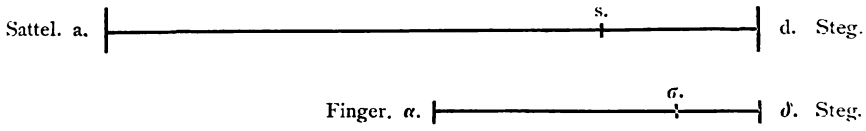
Während also in den unteren Lagen des drückenden Fingers der Saitenklang immer viel stärker ist, als der (entsprechende) Flageoletton, wie sich z. B. an der Oktave der leeren Saiten zeigen lässt, werden in höheren Lagen beide Töne geradezu identisch, ja der Flageoletton wird sogar noch kräftiger und besser, so dass man entschieden dazu raten muss, in diesen hohen Regionen, wo es möglich ist, Flageolettöne zu gebrauchen. Es möge indessen an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass im allgemeinen ein sogenannter Flageoletton durchaus nicht identisch ist mit einem einfachen Oberton, obwohl beide Bezeichnungen meistens irrtümlich in gleichem Sinne gebraucht werden. Ein einfacher Versuch zeigt, dass die unteren Flageolettöne noch aus mehreren Obertönen gebildet sind; z. B. lassen sich mit unbewaffnetem Ohr im ersten Flageoletton der A-Saite ($a_2$) leicht noch die höhere Oktave und Quinte hören, welche namentlich sehr deutlich auftreten, wenn man sich mit dem Bogen dem Stege stark nähert. Es ist auch gar kein Grund einzusehen, warum ein Flageoletton ein einfacher Ton sein sollte d. h. weshalb sich hier die Saite nicht in weitere Teile zerlegen sollte.*)

Die letzte Tabelle lässt nach einer zweiten Richtung hin wichtige Schlüsse ziehen: wenn die Saiten durch den Finger mehr und mehr verkürzt werden, so nimmt die Anzahl der den Klang bildenden Obertöne mehr und mehr ab. Diese Abnahme der Obertöne erklärt zunächst manche Verschiedenheit in der Klangfarbe gleich hoher Klänge desselben Instrumentes; spielt man die leere E-Saite an, während der Bogen die äusserste Lage am Steg einnimmt, so setzt sich der Klang aus 10 Obertönen zusammen. Greift man aber $e_2$ mit dem vierten Finger auf der A-Saite, während der Bogen an der gleichen Stelle am Steg wirkt, so enthält der Klang blos 7 Obertöne, er muss milder erscheinen, weil ihm drei höhere Obertöne fehlen; jeder Violinspieler kennt diesen Unterschied zwischen dem Klang der leeren E-Saite und dem mit dem vierten Finger gegriffenen $e_2$. Greift man ferner denselben Klang $e_2$ auf der D-Saite in der Applikatur, so enthält dieser Klang, da er der 9. der Skala auf der D-Saite ist, also dem Klang $h_2$ auf der A-Saite in unserer Tabelle entspricht, bei gleicher Bogenhaltung nur 4 Obertöne, muss also noch viel milder erscheinen als der letztgenannte, was wieder mit der Erfahrung übereinstimmt. Würde man endlich diesen Klang $e_2$ auf der G-Saite greifen, so wird derselbe, der dem Ton $fis_3$ auf der A-Saite entspricht, durch nur drei Obertöne gebildet.

*) Ein genauer Nachweis dafür, dass die Flageolettöne aus mehreren Obertönen zusammengesetzte Klänge sind, wird in der IV. Abhandlung erbracht werden.

Es drängt sich hier die Frage auf, ob es nicht möglich sei, durch Aenderungen in der Stellung des Bogens den höheren Klängen der Saite die gleiche Anzahl von Obertönen zu sichern, wie den tieferen. Versuchen wir diese Frage etwa für die Oktave des leeren Saitenklanges, also auf der A-Saite für den Klang $a_1$ zu lösen.

**Figur 5.**




Es sei ad die ganze Saite und s der von mir als günstigste Stelle des Bogenstriches auf der leeren Saite bezeichnete Ort; derselbe liegt 3 cm vom Steg entfernt und es können hier 8 Obertöne zum Ansprechen gebracht werden. $\alpha\delta$ sei die durch den Finger auf die Hälfte reduzierte Saitenlänge und $\sigma$ der dem vorigen Punkt s nach dem Gesetz der Aehnlichkeit entsprechende Punkt, so dass $\sigma\delta = \frac{1}{2}$ sd = 1,5 cm ist. Nehmen wir an, der Bogen wirke in diesem Punkt $\sigma$, so werden die Grenzen der Spielbreite für diesen Fall 1,5 + 0,8 = 2,3 und 1,5 — 0,8 = 0,7 sein, und durch Vergleich dieser Grenzen mit der Zusammenstellung der Partiallängen für den Klang $a_2$ auf Seite 31 ergibt sich, dass sich der Klang nur aus 6 Obertönen (der 7. wird zweifelhaft) zusammensetzt. Wenn man also auf der verkürzten Saite den Bogen genau an der entsprechenden Stelle $\sigma$ ansetzt, so erhält man doch nicht die gleiche Anzahl von Obertönen wie auf der leeren Saite, was davon herkommt, dass die Knotenpunkte der Obertöne bei den verkürzten Saiten näher aneinander rücken und der Bogen daher mehr Obertöne auslöscht. Wollte man im vorliegenden Falle wirklich 8 Obertöne erzielen, so müsste der Bogen bis auf 1,2 cm an den Steg hingerückt werden, eine Annäherung, die wegen der Gefährdung des Grundtones gewiss nicht mehr zulässig erscheint, wie man sich jeden Augenblick durch den Versuch überzeugen kann.*) Für noch höhere Klänge also bei noch kürzerer Länge der Saite würde sich die Sache noch schlimmer stellen. Es folgt hieraus sicher, dass es nicht möglich ist, für alle Klänge der Violine durch Aenderung in der Stellung des Bogens eine gleiche Zusammensetzung zu erzielen. Man wird aber andererseits doch dem Spieler den Rat geben müssen, dass er sich soweit die Umstände dies erlauben, mit dem Bogen dem Stege um so mehr nähern soll, je höher die Lage ist, in welcher er eben spielt, d. h. je kürzer das den Klang gebende Saitenstück geworden ist; denn nur dadurch lassen sich auch in höheren Lagen für den Klang mehrere Obertöne retten. Es ist mir bis jetzt nicht bekannt geworden, dass die Violinspieler die eben angegebene Regel kennen; ich fand sie weder in theoretischen Schriften ange-

*) Ausserdem müsste die ganze Saite mindestens 16 Obertöne erklingen lassen, wenn ihre Hälfte deren 8 geben soll.

geben, noch wurde sie mir mündlich mitgeteilt, obwohl ich nicht daran zweifeln kann, dass die künstlerische Erfahrung von selbst darauf geführt hat und daran festzuhalten zwingt. Ich halte aber diese Vorschrift für ungemein viel wichtiger, als die andere Regel, die man allerorts hört und liest, nämlich die: dass man sich mit dem Bogen im Fortespiel dem Steg, im Piano dem Griffbrett nähern solle. Denn ich meine, dass man auch an der Stelle, wo der Bogen 10 Obertöne zum Ansprechen zwingt, piano und sehr piano spielen kann, dass also eine Verschiebung des Bogens gegen das Griffbrett hin zu dem Zwecke, einen leisen Klang zu erzielen, nicht absolut nötig ist, wiewohl man dieses Mittel, den Klang ärmer und milder zu bilden, nicht von der Hand weisen wird. Aber um in höheren Lagen dem Klang eine möglichst reiche Ausstattung mit Obertönen zu sichern, ist eine Annäherung des Bogens an den Steg geradezu geboten. Wenn wir in unserer letzten Tabelle eine Rubrik überschrieben haben mit „günstigste Lage des Bogens", so muss jetzt betont werden, dass diese Bezeichnung nur gelten kann für den Klang der leeren Saite und ein paar der nächst höheren Klänge. Denn auf der A-Saite enthält z. B. der Klang $d_2$ noch 6 Obertöne; gehe ich über $d_2$ hinauf, so kommt $e_2$ und $fis_2$ mit bloss 5 Obertönen; ich gewinne aber dazu den 6. und vielleicht den 7. Oberton, wenn ich mich mit dem Bogen dem Steg etwas nähere.

Eine andere Frage ist nun allerdings die, ob der Spieler im stande sei, sich an diese Regel zu halten, welche ihm befiehlt, in höheren Lagen den Bogen näher am Steg zu führen. Man wird zugestehen müssen, dass diese Aenderungen in der Bogenstellung häufig, vielleicht in den meisten Fällen, geradezu unmöglich sind; der Bogen wird vielmehr abgesehen von kleinen Schwankungen meist die mittlere Stellung einnehmen. Dann folgt daraus unerbittlich, dass die Klangzusammensetzung beim Violinspiel einem stetigen Wechsel unterworfen sei, indem dieselbe, wenn das Spiel sich auf die unterste Lage beschränkt, bald 10 bald nur 4 Obertöne umfasst, und in höheren Lagen sogar herabsinken kann bis auf eine Gruppe von 2 oder gar nur einem Oberton.

Ich erwarte an dieser Stelle vonseite der musikalisch gebildeten Leser den ganz entschiedenen Einwurf, dass eine so bedeutende Veränderlichkeit in der Klangzusammensetzung sich ganz gewiss dem Ohre durch bedeutende Ungleichmässigkeiten im Klange viel deutlicher zu erkennen geben müsste, als man dies beim guten Spiel der Violine für gewöhnlich bemerkt Ich muss gestehen, dass ich anfänglich beim Ueberschauen der zuletzt aufgestellten Tabelle selbst stutzig wurde über die bedeutende Aenderung der Klangzusammensetzung bei Verkürzung der Saiten. Allein ich halte an den Zahlen dieser Tabelle nach wiederholter Prüfung entschieden fest und suche die Ursache davon, dass wir so weitgehende Aenderungen in der Klangzusammensetzung nicht sehr merklich wahrnehmen, in anderen Umständen. Vor allem muss ich hier wiederholt betonen, dass der geübte Hörer die in der Tabelle sich dokumentierenden Aenderungen in der Klangzusammensetzung sehr wohl wahrnimmt. Hieher gehören das Milderwerden des Klanges bei Annäherung des Bogens an das Griffbrettende, die Verschärfung des Klanges, wenn der Bogen näher am Steg wirkt, die ver-

schiedene Klangfärbung gleich hoher Klänge, die auf verschiedenen Saiten gegriffen werden; welcher Musiker hätte es ferner nicht wahrgenommen, dass die Klänge etwas an Fülle verlieren, wenn die Saiten durch den Finger verkürzt werden; man vergleiche den langausgehaltenen Klang etwa der leeren G-Saite, dessen Wohllaut und Kraft im Conzertsaal in die äussersten Winkel dringt, mit dem nur wenig höheren lang ausgehaltenen Klang h derselben Saite: wer würde nicht den Unterschied herausfühlen! Wenn nun diese vielfältigen und verschiedenartigen Aenderungen in der Klangfarbe nicht so einschneidend sind, dass wir beim zusammenhängenden Violinspiel merkliche oder gar störende Ungleichheiten unter den Klängen wahrnehmen, so liegt das meiner Ansicht nach in erster Linie daran, dass allen diesen Klängen das gemeinsame Merkmal ihrer gleichartigen Erzeugung durch Streichen anhaftet, und dieses ist ein eminentes Moment, sie für das Gehör als verwandt und gleichartig erscheinen zu lassen. Ich will damit sagen, dass das Hauptmerkmal, welches einen Klang als **den** eines Streichinstrumentes charakterisiert, **nicht** in der Anzahl und relativen Stärke der in ihm enthaltenen Obertöne zu suchen sei, wie man jetzt gewöhnlich nach Helmholtz annimmt, sondern dass dieses Hauptmerkmal eines solchen Klanges eben durch die Art seiner Erzeugung, also durch das Streichen selbst gegeben sei. Durch den Strich werden dem Klange gewisse äussere ihn begleitende Eigentümlichkeiten verliehen, die ihn eben erst zum Klang eines Streichinstrumentes machen. Es sind das in der That bloss äussere Merkmale, die nicht als Bestandteile zur musikalischen Zusammensetzung des Klanges gehören; dieselben bestehen in weiter nichts als in gewissen den Klang fortwährend begleitenden Reibegeräuschen des Bogens. Man sollte nun allerdings glauben, dass das Reibegeräusch des Bogens kein Moment sei, welches einigermassen bestimmend auf den Charakter des Klanges einwirken könnte; im Gegenteil, man wird wie Helmholtz *) sagt, versuchen, dieses Geräusch zu überhören, man wird absichtlich davon abstrahieren und der gute Spieler wird es mit Recht auf ein Minimum zu reduzieren suchen.

Helmholtz spricht eingehend von den äusseren Merkmalen, die den Klängen durch ihre Erzeugungsweise aufgeprägt werden, er behandelt sie aber als eine teilweise unangenehme unmusikalische Beigabe, die man lieber wegwünschen möchte und die vom musikalischen Klangcharakter zu trennen sei; gleichwohl muss auch Helmholtz**) zugeben, dass in den begleitenden Geräuschen viel Charakteristisches für die Klänge der musikalischen Instrumente liege. Ich behaupte nun, dass die den Klang begleitenden Geräusche, die ihm durch seine Erzeugung gleichsam angeboren werden, das Hauptmerkmal bilden, welches ihn als den Klang eines bestimmten Instrumentes kennzeichnet. Es möge mir gestattet sein, etwas genauer auf die vorliegende Frage einzugehen.

Jeder gebildete Musiker vermag, während ein grosses Orchester spielt, die verschiedenen Instrumente mit Leichtigkeit aus der ganzen Klangmasse

*) Tonempfindungen pag. 116.
**) Tonempfindungen pag. 117.

herauszuhören und ihren mitunter verwickelten Wegen zu folgen, ohne den Klang des einen Instrumentes mit dem eines andern zu verwechseln. Diese Unterscheidung der Klänge wird nur so leicht ermöglicht durch die unmusikalischen Beigaben der Klänge, durch Reibegeräusch des Bogens, durch Blasegeräusch, durch die verschiedenen Arten des Anklingens und Ausklingens und andere Umstände. Setzen wir einmal den Fall einer idealen Musik, bei welcher all' diese unmusikalische Zubehör hinwegfiele, etwa einer Musik, in welcher jeder Klang eines jeden Instrumentes ersetzt wäre durch die ihm entsprechende Harmonie von Stimmgabeln, von denen jede mit der richtigen Intensität erklingen soll. Ich frage, welcher Musiker würde nun noch imstande sein, diesen Knäuel von Klängen zu entwirren! Man würde zwar nach wie vor hohe und tiefe, reiche und ärmere, kräftige und sanfte Klänge hören, aber man hätte gewiss nimmer einen Klang der Flöte, der Geige oder der Trompete. Ja es würde schon einige Mühe kosten, die zusammengehörigen Gruppen von Obertönen, welche jeweils einen bestimmten Klang repräsentieren, immer als zusammengehörig zu erkennen und es würde dies nur dadurch ermöglicht, dass eben in einer zusammengehörigen Gruppe jeder Oberton während des Musikstückes in gleicher Weise, in gleichem Tempo, ferner auch in gleichem Wechsel von piano und forte, auf- und abwärts schreitet, also denselben Weg geht wie jeder andere zur Gruppe gehörige Oberton. Aber bei langsamer choraler Musik, in welcher die einzelnen Stimmen nur geringem Wechsel unterworfen sind, müsste auch dieses Mittel, die Klänge zu trennen, im Stich lassen; denn was sollte uns noch zwingen, irgend eine Reihe von Stimmgabeltönen, welche den Klang der Violine repräsentieren, als absolut zusammengehörig zu betrachten und ihre Harmonie unter jeder Bedingung zu trennen von jener anderen Reihe von Stimmgabeltönen, die etwa den Klang einer Oboe repräsentieren? Was für Gründe wären noch da, die uns hinderten, einige Stimmen aus der ersteren Harmonie in die zweite einzuverleiben und damit den Violinton mit dem Oboeton zu verwechseln, oder ganz zu vermengen? In der wirklichen Musik begleitet das Reibegeräusch des Bogens den Violinklang als Ganzes, aber es begleitet auch alle zugehörigen Obertöne in gleicher Weise; ebenso begleitet das Blasegeräusch den Oboeklang in allen seinen Obertönen. Eine Verwechselung beider Klänge ist hier unmöglich, in jener idealen Musik wäre sie unvermeidlich.

Helmholtz weist darauf hin*), dass jene den Klang begleitenden Geräusche verschwinden, wenn man Musik aus der Ferne anhöre, dass man aber trotzdem die verschiedenen musikalischen Instrumente noch von einander zu unterscheiden vermöge. Ich lasse es dahingestellt sein, ob wirklich alle jene charakteristischen Beigaben des Klanges, welche von der Art seiner Erzeugung herrühren, in der Ferne vollständig verschwinden; es erscheint mir das aber sehr zweifelhaft. Denn wenn schon die Consonanten M und N, wie Helmholtz**) erwähnt, auf grosse Entfernungen hin noch erkennbar bleiben, so werden doch auch gewisse nicht musikalische Beigaben des Klanges

*) l. c. pag. 117.
**) l. c. pag. 118.

und zwar die markierteren darunter auf grössere Entfernungen hin noch bemerkbar sein. Aber es ist unbestreitbar, dass mit zunehmender Entfernung des Hörers von den musikalischen Instrumenten die Unterscheidung ihrer Klänge mehr und mehr erschwert wird, und diese Thatsache beweist genügend, wie wichtig die charakteristischen unmusikalischen Beigaben der Klänge für Beurteilung der Klangfarbe sind. Helmholtz muss selbst zugeben*), dass man aus der Ferne wohl Horntöne mit Gesang oder ein Violoncell mit dem Harmonium verwechseln kann. Ich meine nun, ein Violoncellton, den ich mit einem Klang des Harmoniums verwechsele, ist eben kein Violoncellton mehr; er wird aber sofort ein solcher, wenn ich mich dem Cello soweit nähere, dass ich die Erzeugungsart des Klanges mit anhören kann. Ich gehe noch weiter und sage, ein Klang, von dem wir nur den rein musikalischen Teil hören, dem aber die unmusikalischen Beigaben, die durch die Art seiner Erzeugung mitentstehen, fehlen, hat für uns keine bestimmte Klangfarbe mehr, insoferne wir nicht wissen, welchem Instrumente wir ihn zuweisen sollen. So ist ein Klang, dem das Reibegeräusch des Bogens fehlt, für einen Musiker nie und nimmer der Klang eines Streichinstrumentes, mag er Obertöne in beliebiger Zahl und von beliebiger Stärke enthalten. Umgekehrt können Klänge, die nur aus einem einzigen Oberton bestehen, die sich also in ihrer Zusammensetzung gar nicht mehr unterscheiden, durch die Art ihrer Erzeugung eine ganz bestimmte Klangfarbe bekommen. Denken wir uns z. B. dass derselbe einfache Ton einmal durch eine weite gedackte Orgelpfeife, die man sanft anbläst,**) ein anderesmal als Oberton einer Saite***) durch Streichen hervorgerufen werde. Man wird den ersteren Ton als den einer Pfeife, den anderen als den eines Streichinstrumentes bezeichnen müssen und damit ist jedem von beiden eine bestimmte Klangfarbe vindiziert. Diese Klänge unterscheiden sich nicht im musikalischen Teil, aber sehr bedeutend durch die Art ihrer Erzeugung und dadurch wird ihre Klangfarbe bestimmt.

Es möge hier noch speziell darauf aufmerksam gemacht werden, dass die den Klang begleitenden Geräusche nicht etwa als etwas Nebensächliches oder gar als etwas, was lieber nicht vorhanden wäre, angesehen werden dürfen; ich bezeichne sie im gegenteil als einen unentbehrlichen Teil des Klanges, wenn dieser überhaupt einen bestimmten Charakter haben soll, durch den er sich von andern Klängen unterscheidet. Oder wäre es vielleicht wünschenswert, dass alle jene die Klänge begleitenden Geräusche vollständig wegfielen, wie in der oben erwähnten idealen Musik, oder dass sie auch nur auf ein Minimum beschränkt würden, wie in jenem Falle, wo man Musik aus grosser Entfernung hört? Auf beide Fragen muss man entschieden mit Nein antworten: wir können diese charakteristischen Geräusche gar nicht entbehren, sie bilden die Consonanten der Musik, ohne welche uns diese so schwer verständlich werden würde, wie ein gesprochener Satz, von welchem man bloss die Vokale ausspricht. Denn

*) l. c. pag. 117.

**) Nach Helmholtz l. c. pag. 192 lassen sich auf diese Weise einfache Töne herstellen.

***) Die Flageolettöne in höheren Lagen, also mit kurzen schwingenden Unterabteilungen der Saite sind wohl einfache Töne, namentlich bei sanftem Strich.

ein Musikstück ist für uns nur dann ganz verständlich, wenn wir jeder Stimme auf allen ihren mitunter sehr verwickelten Wegen ohne Mühe so folgen können, wie wenn wir gleichsam die Partitur vor uns aufgeschlagen hätten; dies setzt ja auch der Componist, welcher der Führung jeder einzelnen Stimme in liebevoller Weise sich hingibt, voraus; in diesem Sinne wird die ganze Composition entworfen. Jeder Umstand, der uns das Geschäft, die einzelnen Stimmen zu entwirren, erschwert, erschwert uns zugleich das Verständnis der Musik und bringt uns um die Freude am Kunstwerk; dies wäre aber bei jener consonantenfreien idealen Musik sicherlich der Fall, wir würden unfähig sein, in solch einer Musik zwischen den Stimmen gehörig zu unterscheiden; sie müsste uns peinlich berühren und charakterlos erscheinen, so dass wir sie lieber ungespielt aus der Partitur lesen würden, wo jede Stimme in all' ihren Bewegungen ohne Mühe und ohne Gefahr einer Verwechselung erkannt und verfolgt werden kann. Etwas ähnliches tritt schon ein, wenn man Musik aus grösserer Entfernung anhört; wer möchte auch polyphone Musik aus grosser Ferne anhören!

Ich stehe also gar nicht an, jene Geräusche für unentbehrliche Beigaben zu erklären, die mit dem Klang so verwachsen sind, dass sie sich nicht von ihm trennen lassen, ohne ihm seinen Hauptcharakter zu nehmen, also ihn unkenntlich zu machen; diese Geräusche bilden die Grundlage aller Klangfarbe, wenn man unter Klangfarbe jene Eigentümlichkeit des Klanges versteht, durch welche sich der Klang eines Instrumentes z. B. der Violine von dem eines anderen Instrumentes z. B. der Flöte unter allen Umständen unterscheidet. Könnte man den rein musikalischen Teil des Klanges einer Flöte, also alle Obertöne desselben mit der richtigen Intensität auf der Violine in ganz genau gleicher Weise durch den Bogenstrich herstellen, so würde diesen Klang kein Mensch für den Klang einer Flöte halten; der Strich allein müsste ihn zum Klang der Violine stempeln. Ebenso glaube ich, dass bei der Nachahmung der Klänge durch entsprechende Stimmgabelcombinationen, wie Helmholtz dies versucht hat, eine vollständige Aehnlichkeit mit dem Klang eines Instrumentes sich erst dann ergeben würde, wenn es gelingen würde, auch die entsprechenden Geräusche beizufügen. Dies dürfte aber sehr schwer fallen, denn diese Geräusche scheinen von sehr complizierter Natur zu sein, die man gegenwärtig kaum noch wird genau definieren können. Ich muss indessen hier mit grossem Nachdruck betonen, dass man unter diesen Geräuschen sich nicht etwa jene unangenehmen Beigaben des Klanges, wie sie der Anfänger auf der Geige oder Flöte wider seinen Willen hervorruft, zu denken hat. Auch die Klänge der guten Spieler sind von sehr merklichen Geräuschen begleitet; diese sind hier gemeint und diese wird man durchaus nicht als etwas Unangenehmes bezeichnen können, so wenig man den Consonanten S oder T oder andere für unangenehme Laute ansehen wird, wenn sie gut ausgesprochen werden.

Ich kehre zurück zu jenem Umstand, durch welchen diese Auslassungen über die Bedeutung der Merkmale, die dem Klange infolge der Art seiner Erzeugung anhaften, veranlasst worden sind, nämlich zu der auffälligen Thatsache, dass uns die Klänge der Violine trotz ihrer mannigfaltigen Zusammensetzung als gleichartig erscheinen. Denken wir uns, ein guter Spieler

führe auf der Violine eine Passage aus, die mit dem Klange einer leeren Saite beginnend, eine ganze Reihe von Klängen bis hinauf zu einem Klang von sehr hoher Lage umfassen möge. Die musikalische Zusammensetzung dieser Klänge wechselt zwischen zehn und einem Oberton; trotzdem macht uns die ganze Reihe von Klängen nicht den Eindruck eines bunten Gemisches verschiedenartiger Klänge, sondern sie erscheinen uns alle homogen, vollständig gleichgeartet. Diese Thatsache erkläre ich nach dem vorhin Gesagten daraus, dass eben alle diese Klänge dem gleichen Strich ihr Dasein verdanken, wodurch ihnen das Hauptmerkmal gleichartiger Klangfarbe gemeinsam wird. Es scheint, dass unser Gehörorgan leicht über den Unterschied hinwegkommt, den das Vorhandensein oder das Fehlen von einigen Obertönen im Klang bedingt. Ein tadelloser Strich, der an einer Stelle der Saite drei Obertöne gut hervortreten lässt, wird für uns einen besseren Klang geben, als ein schlechter Strich, der an einer anderen Stelle zehn Obertöne anzusprechen zwingt.

---

Ich habe damit die vorliegende Untersuchung über die Zusammensetzung der Violinklänge beendet und werde nun die Resultate derselben kurz in folgenden Sätzen zusammenfassen; dieselben schliessen sich naturgemäss den am Schlusse des I. Abschnittes aufgestellten Sätzen an:

1. Die durch den Druck des Fingers verkürzte Saite kann sich nicht in kleinere schwingende Unterabteilungen zerlegen, als die ganze Saite d. h. die verkürzte Saite ist nicht fähig höhere Obertöne erklingen zu lassen, als die leere Saite. Die kleinsten schwingenden Teile also, in welche eine Saite sich noch zerlegen kann, sind nur von der Spannung und den übrigen Eigenschaften der Saite, nicht aber von deren Länge abhängig. Daraus folgt:

2. Je mehr die Saite durch den Finger verkürzt wird, um so kleiner wird die Anzahl der Obertöne, die man auf ihr durch den Strich hervorzurufen vermag. Die Zusammensetzung des Saitenklanges wird also um so ärmer an Obertönen, je kürzer die Saite durch den Fingerdruck geworden ist. Aus der Tabelle Seite 36 lässt sich die Zusammensetzung der meisten Violinklänge für beliebige Lagen des drückenden Fingers entnehmen.*)

3. Es ergibt sich hieraus, dass gleich hohe Klänge, die auf verschiedenen Saiten gespielt werden, eine verschiedene Zusammensetzung aus Obertönen haben und zwar ist der Klang, der auf der höheren Saite gegriffen wird, dem also ein längeres Saitenstück entspricht, der an Obertönen reichere. Dadurch erklärt sich der den Musikern bekannte Unterschied in der Klangfarbe solcher gleich hohen Klänge.

4. Der Spielraum, innerhalb dessen der Bogen geführt werden soll und der für die leere Saite ungefähr 3 cm beträgt, (Vergl. Abtlg. I Seite 22)

*) Die Zusammensetzung der in die Tabelle nicht aufgenommenen Klänge der chromatischen Skala lässt sich sehr leicht ergänzen.

ird mit zunehmender Verkürzung der Saite kleiner; zugleich rücken beide renzen dieses Spielraumes gegen den Steg zu. Für hohe Lagen muss die egel aufgestellt werden, dass der Bogen sich möglichst dem Steg nähern oll, soweit dies angeht ohne Beeinträchtigung des Grundtones des betreffenden Klanges.

5. Durch Aenderung in der Stellung des Bogens (gegen den Steg zu) isst sich jedoch den Klängen der verkürzten Saiten durchaus nicht die leiche Anzahl von Obertönen sichern, wie sie der Klang der leeren Saite nthält. Die Zusammensetzung der Violinklänge ist vielmehr unter allen mständen eine sehr wechselnde, und zwar schwankt sie beim Spiel, das ich über alle Lagen ausdehnt, zwischen zehn und einem Oberton.

6. Bei der nötigen Aufmerksamkeit kann ein geübtes Ohr alle besprochenen Aenderungen in der Zusammensetzung der Violinklänge wahrehmen. Beim zusammenhängenden Spiel kommen indessen diese Aenderung icht sehr merklich zur Wahrnehmung, die Violinklänge erscheinen vielmehr rotz sehr verschiedener Zusammensetzung gleichartig, was sich daraus rklären lässt, dass ihnen das wichtigste Merkmal gleichartiger Klangfarbe, nämlich die gleiche Erzeugungsart durch den Bogenstrich nd das damit verbundene, unmusikalische, den Klang begleitende Geräusch, emeinsam ist.

# III.

# Die Zusammensetzung der Klänge des Violoncells.

Bei der Untersuchung der Klänge des Violoncellos verfuhr ich nach derselben Methode, wie sie in der I. und II. Abhandlung für die Violine beschrieben wurde. Genau wie dort stellte ich drei Beobachtungsreihen an zur Bestimmung der Strecke **bc**; die erste behandelt die Obertöne der leeren Saiten, die zweite bezieht sich auf die durch Druck des Fingers, (hier des Korkes) auf die Quinte gestimmten Saiten und im dritten Falle waren die Saiten auf ihre Oktave gestimmt. Die Beobachtungsresultate sind in den nachfolgenden drei Tabellen niedergelegt; diese sind nicht mehr so umfangreich angelegt, wie die entsprechenden für die Violine aufgestellten; ich konnte mir vielmehr auf grund der Erfahrungen, die ich im Falle der Violine gesammelt hatte, eine Beschränkung auf eine geringere Anzahl von Obertönen erlauben. Es hat sich dort mit genügender Sicherheit herausgestellt, dass die Strecke **bc** für alle Obertöne ein und derselben Saite einen nahezu konstanten Wert habe, so dass es hinreicht, dieselbe für eine gewisse Anzahl von Obertönen zu bestimmen. Da ferner die Obertöne von niedrigerem Grade überhaupt nicht in Gefahr kommen, durch den Bogenstrich ausgelöscht zu werden, so hat die Kenntnis der Strecke **bc** für diese keinen Wert; deswegen konnten diese unteren Obertöne bei der Untersuchung ganz übergangen werden. Aber auch nach der Höhe hin beschränkte ich die Untersuchung und führte die Tabelle nicht bis zu jenen extrem hohen Obertönen fort wie im Falle der Violine; ich beschloss vielmehr die Tabelle, wenn ich bei einem Oberton angekommen war, der auf keiner der 4 Saiten mehr anspricht, wenn der Bogen links vom Knotenpunkt d. h. auf der zweiten schwingenden Abteilung der Saite wirkt. In diesem Falle ist nach den Erfahrungen bei der Violine keine Aussicht, dass der Oberton beim Streichen auftrete. Erwähnen muss ich noch, dass die Versuche auf einem kleinen aber sehr guten Violoncell von Amati angestellt wurden.

## Tabelle I.

## Violoncello. Leere Saiten.

Länge der Saiten 65.2 cm. Die Zahlen der Tabelle bedeuten Centimeter.

| Nr. des Obertones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7. | A. | $g_3$ | 1,6 | 1,2 | 0,4 | 9,31 | |
| | D. | $c_3$ | 1,8 | 1,4 | 0,4 | | |
| | G. | $f_2$ | 2,0 | 1,3 | 0,7 | | |
| | C. | $b_1$ | 2,5 | 1,4 | 1,1 | | |
| 8. | A. | $a_3$ | 1,9 | 0,9 | 1,0 | 8,15 | |
| | D. | $d_3$ | 1,6 | 1,15 | 0,45 | | |
| | G. | $g_2$ | 1,9 | 1,3 | 0,6 | | |
| | C. | $c_2$ | 2,2 | 1,0 | 1,2 | | |
| 9. | A. | $h_3$ | 2,0 | 1,3 | 0,7 | 7,24 | |
| | D. | $e_3$ | 1,2 | 0,9 | 0,3 | | |
| | G. | $a_2$ | 1,7 | 0,9 | 0,8 | | |
| | C. | $d_2$ | 2,0 | 1,3 | 0,7 | | |
| 10. | A. | $cis_4$ | 1,6 | 0,9 | 0,7 | 6,52 | |
| | D. | $fis_3$ | 1,5 | 0,9 | 0,6 | | |
| | G. | $h_2$ | 1,8 | 1,0 | 0,8 | | |
| | C. | $e_2$ | 2,6 | 1,3 | 1,3 | | Spricht links sehr schwierig an. |
| 11. | A. | $dis_4$ (-) | 1,5 | 0,8 | 0,7 | 5,93 | |
| | D. | $gis_3$ (-) | 1,6 | 1,05 | 0,55 | | |
| | G. | $cis_3$ (-) | 1,6 | 0,95 | 0,65 | | |
| | C. | $fis_2$ (-) | 2,5 | 1,7 | 0,8 | | Links sehr schwierig. |
| 12. | A. | $e_4$ | 1,8 | 1,0 | 0,8 | 5,43 | |
| | D. | $a_3$ | 1,6 | 1,1 | 0,5 | | |
| | G. | $d_3$ | 1,6 | 0,8 | 0,8 | | Links schwierig. |
| | C. | $g_2$ | 2,5 | 1,5 | 1,0 | | Links und rechts schwierig und unharmonisch. |
| 13. | A. | $fis_4$ (-) | 1,8 | 0,95 | 0,85 | 5,01 | |
| | D. | $h_3$ (-) | 1,6 | 1,0 | 0,6 | | |
| | G. | $e_3$ (-) | 1,7 | 1,15 | 0,55 | | |
| | C. | $a_2$ (-) | | | | | Grenzen ganz unsicher. |
| 14. | A. | $g_4$ | 1,4 | 0,9 | 0,5 | 4,66 | |
| | D. | $c_4$ | 1,5 | 0,85 | 0,65 | | |
| | G. | $f_3$ | | | | | Gelingt rechts noch, aber unsicher. |
| | C. | $b_2$ | | | | | Gelingt nicht! (rechts und links nicht). |
| 15. | A. | $gis_4$ | 1,35 | 0,8 | 0,55 | 4,35 | Links unsicher. |
| | D. | $cis_4$ | 1,8 | 1,0 | 0,8 | | Unsicher! |
| | G. | $fis_3$ | | | | | |
| | C. | $h_2$ | | | | | |

| Nr. des Ober-tones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16. | A. | $a_4$ | 1,3 | 0,8 | 0,5 | 4,08 | Links schwierig. |
| | D. | $d_4$ | 1,7 | 1,0 | 0,7 | | |
| | G. | $g_3$ | | | | | |
| | C. | $c_3$ | | | | | |

Zu dieser Tabelle habe ich zunächst nur ergänzend zu bemerken, dass auf der A- und D-Saite die Obertöne auch noch über den 16. hinauf sich hervorrufen lassen, aber nur, wenn der Bogen rechts vom Knotenpunkt (auf der Strecke **kd**) wirkt. Weitere auf diese Tabelle bezughabende Ausführungen, so namentlich sich von selbst aufdrängende Vergleiche mit der entsprechenden für die Violine aufgestellten Tabelle werden besser ihren Platz erst dann finden, wenn die beiden folgenden Tabellen auch noch mitgeteilt und dadurch für vergleichende Betrachtungen mehr Anhaltspunkte gegeben sein werden. Dagegen wird es sich schon an dieser Stelle empfehlen, aus der vorstehenden Tabelle für die Strecken **bc**, **kb** und **kc** die arithmetischen Mittelwerte zu berechnen; es finden sich die folgenden:

| Saite | bc. | kb. | kc. |
|---|---|---|---|
| A. | 1,625 | 0,955 | 0,67 |
| D. | 1,59 | 1,035 | 0,555 |
| G. | 1,76 | 1,06 | 0,7 |
| C. | 2,38 | 1,37 | 1,01 |

Dieselben lassen sich wohl bequem abrunden, wie folgt:

| Saite | bc. | kb. | kc. |
|---|---|---|---|
| A. | 1,6 | 0,9 | 0,7 |
| D. | 1,6 | 1,0 | 0,6 |
| G. | 1,7 | 1,0 | 0,7 |
| C. | 2,4 | 1,4 | 1,0 |

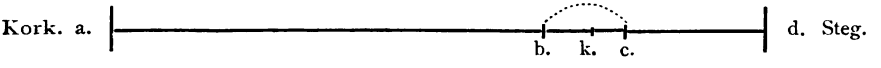
Für die nun folgende Tabelle II habe ich nur vorauszubemerken, dass in derselben Weise, wie dies in der II. Abhandlung für die Violine beschrieben wurde, die Saiten des Violoncellos dadurch verkürzt wurden, dass ich quer über dieselben ein passendes Stück Kork band, wobei durch einen eingetriebenen Holzkeil der nötige Druck erzielt wurde. Es liessen sich aber immer nur je zwei Saiten gleichzeitig durch denselben Kork belasten und da, wie im Falle der Violine, es nicht glückte, den

Kork in beiden Fällen genau an dieselbe Stelle zu bringen, so ergaben sich für die Länge der Saiten A und D etwas andere Werte als für die Länge der G und C Saite, wodurch natürlich auch für den Wert von **kd** entsprechende Unterschiede auftraten.

## Tabelle II.

## Violoncello.

Jede Saite war mit Kork so belastet, dass sie die Quinte des leeren Saitenklanges gab; also war die A Saite auf $d_1$ gestimmt u. s. w. Die Länge der A und D Saite fand sich – 48,4 cm, jene der G und C Saite 47,8 cm. Die Zahlen der Tabelle bedeuten Centimeter.




| Nr. des Ober-tones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5. | A. | $fis_3$ | 1,5 | 0,8 | 0,7 | 9,68 | |
| | D. | $h_2$ | 1,9 | 1,1 | 0,8 | | |
| | G. | $e_2$ | 1,3 | 0,9 | 0,4 | 9,56 | |
| | C. | $a_1$ | 2,3 | 1,1 | 1,2 | | |
| 6. | A. | $a_3$ | 1,7 | 1,0 | 0,7 | 8,06 | |
| | D. | $d_3$ | 1,6 | 1,0 | 0,6 | | |
| | G. | $g_2$ | 1,55 | 1,0 | 0,55 | 7,97 | |
| | C. | $c_2$ | 2,0 | 1,25 | 0,75 | | |
| 7. | A. | $c_3$ | 1,7 | 0,95 | 0,75 | 6,91 | |
| | D. | $f_3$ | 1,5 | 0,8 | 0,7 | | |
| | G. | $b_2$ | 1,6 | 0,95 | 0,65 | 6,83 | |
| | C. | $es_2$ | 2,4 | 1,4 | 1,0 | | |
| 8. | A. | $d_3$ | 1,8 | 1,15 | 0,65 | 6,05 | |
| | D. | $g_3$ | 1,5 | 0,95 | 0,55 | | |
| | G. | $c_3$ | 1,6 | 0,8 | 0,8 | 5,98 | Spricht links sehr schwierig und schlecht an. |
| | C. | $f_2$ | 2,5 | 1,3 | 1,2 | | |
| 9. | A. | $e_3$ | 1,9 | 1,2 | 0,7 | 5,38 | |
| | D. | $a_3$ | 1,5 | 0,85 | 0,65 | | |
| | G. | $d_3$ | 1,9 | 1,0 | 0,9 | 5,31 | |
| | C. | $g_2$ | 2,5 | 1,6 | 0,9 | | Links ganz unsicher! |
| 10. | A. | $fis_3$ | 1,35 | 0,7 | 0,65 | 4,84 | |
| | D. | $h_3$ | 1,65 | 0,8 | 0,85 | | |
| | G. | $e_3$ | 1,9 | 1,0 | 0,9 | 4,78 | |
| | C. | $a_2$ | | | 0,4 | | |

| Nr. des Ober-tones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11. | A. | $gis_4$ | 1,9 | 1,0 | 0,9 | 4,4 | |
| | D. | $cis_4$ | 1,9 | 1,05 | 0,85 | | |
| | G. | $fis_3$ | 1,7 | 1,05 | 0,65 | 4,35 | |
| | C. | $h_2$ | | | | | |
| 12. | A. | $a_4$ | 1,8 | 1,0 | 0,8 | 4,03 | |
| | D. | $d_4$ | 1,7 | 1,05 | 0,65 | | |
| | G. | $g_3$ | 1,9 | 1,1 | 0,8 | 4,00 | Unsicher. |
| | C. | $c_3$ | | | | | |

Auf den drei Saiten A, D und G gelangen mir die Obertöne **rechts** vom Knotenpunkt noch bis zum 15. oder 16., links und rechts aber nur bis zum 12., welcher den Schluss der Tabelle bildet.

Als Mittelwerte findet man aus dieser Tabelle die folgenden:

| Saite | bc. | kb. | kc. |
|---|---|---|---|
| A. | 1,706 | 0,975 | 0,731 |
| D. | 1,656 | 0,95 | 0,706 |
| G. | 1,681 | 0,975 | 0,706 |
| C. | 2,34 | 1,33 | 1,01 |

Hieraus ergeben sich folgende Näherungswerte:

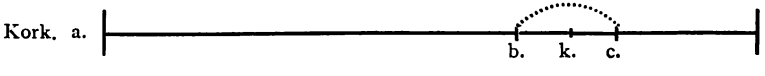
| Saite | bc. | kb. | kc. |
|---|---|---|---|
| A. | 1,7 | 1,0 | 0,7 |
| D. | 1,6 | 0,9 | 0,7 |
| G. | 1,7 | 1,0 | 0,7 |
| C. | 2,3 | 1,3 | 1,0 |

Bei Bestimmung der nun folgenden letzten Tabelle wurde jede Saite durch Belastung mit Kork soweit verkürzt, dass sie die Oktave des Grundtones erklingen liess; die Saite A war also auf $a_1$ gestimmt, entsprechend die übrigen Saiten.

## Tabelle III.

## Violoncello.

Länge der A und D Saite: 33,4 cm, der G und C Saite: 33,6 cm.



| Nr. des Obertones | Saite | Oberton | bc. | kb. | kc. | kd. | Bemerkungen. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3. | A. | $e_3$ | 1,5 | 0,75 | 0,75 | 11,1 | |
| | D. | $a_2$ | 1,6 | 0,85 | 0,75 | | |
| | G. | $d_2$ | 1,6 | 0,95 | 0,65 | 11,2 | |
| | C. | $g_1$ | 2,1 | 1,2 | 0,9 | | |
| 4. | A. | $a_3$ | 2,15 | 1,15 | 1,0 | 8,35 | |
| | D. | $d_3$ | 1,8 | 1,1 | 0,7 | | |
| | G. | $g_2$ | 1,6 | 0,9 | 0,7 | 8,4 | |
| | C. | $c_2$ | 2,3 | 1,5 | 0,8 | | |
| 5. | A. | $cis_4$ | 1,8 | 1,0 | 0,8 | 6,68 | |
| | D. | $fis_3$ | 1,35 | 0,75 | 0,6 | | |
| | G. | $h_2$ | 1,6 | 0,9 | 0,7 | 6,71 | |
| | C. | $e_2$ | 2,7 | 1,6 | 1,1 | | Links sehr schwer und unsicher. |
| 6. | A. | $e_4$ | 1,7 | 1,0 | 0,7 | 5,57 | |
| | D. | $a_3$ | 1,7 | 1,0 | 0,7 | | |
| | G. | $d_3$ | 1,4 | 0,8 | 0,6 | 5,6 | |
| | C. | $g_2$ | | | 1,4 | | Links gelingt der Ton nicht! |
| 7. | A. | $g_4$ | 1,5 | 0,9 | 0,6 | 4,77 | |
| | D. | $c_4$ | 1,6 | 0,85 | 0,75 | | |
| | G. | $f_3$ | 1,6 | 1,0 | 0,6 | 4,8 | |
| | C. | $b_2$ | | | | | |
| 8. | A. | $a_4$ | 1,45 | 0,8 | 0,65 | 4,17 | |
| | D. | $d_4$ | 1,9 | 1,1 | 0,8 | | |
| | G. | $g_3$ | 1,55 | 1,0 | 0,55 | | |
| | C. | $c_3$ | | | | | |
| 9. | A. | $h_4$ | 1,6 | 0,85 | 0,75 | 3,71 | |
| | D. | $e_4$ | 1,4 | 0,8 | 0,6 | | |
| | G. | $a_3$ | 1,5 | 0,85 | 0,65 | | |
| | C. | $d_3$ | | | | | |
| 10. | A. | $cis_5$ | 1,6 | 0,85 | 0,75 | 3,34 | |
| | D. | $fis_4$ | 1,7 | 1,0 | 0,7 | | |
| | G. | $h_3$ | 1,9 | 1,15 | 0,75 | | Unsicher. |
| | C. | $e_3$ | | | | | |

Auch in diesem Fall liessen sich die Obertöne auf der A, D und G Saite rechts vom Knotenpunkt noch weiter hinauf bis zum 12. oder 14. hervorrufen.

Als Mittelwerte finden sich aus dieser Tabelle die folgenden:

| Saite | bc. | kb. | kc. |
|---|---|---|---|
| A. | 1,662 | 0,912 | 0,75 |
| D. | 1,631 | 0,931 | 0,70 |
| G. | 1,594 | 0,944 | 0,65 |
| C. | 2,36 | 1,43 | 0,93 |

und dieselben lassen sich abrunden wie folgt:

| Saite | bc. | kb. | kc. |
|---|---|---|---|
| A. | 1,6 | 0,9 | 0,7 |
| D. | 1,6 | 0,9 | 0,7 |
| G. | 1,6 | 0,9 | 0,7 |
| C. | 2,3 | 1,4 | 0,9 |

Es wird sich zunächst empfehlen, die abgerundeten Mittelwerte, wie sie sich aus den drei Versuchsreihen ergaben, zum Zwecke des bequemen Vergleiches nebeneinander zu stellen.

| | I. Versuchsreihe | | | II. Versuchsreihe | | | III. Versuchsreihe | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Saite | bc. | kb. | kc. | bc. | kb. | kc. | bc. | kb. | kc. |
| A. | 1,6 | 0,9 | 0,7 | 1,7 | 1,0 | 0,7 | 1,6 | 0,9 | 0,7 |
| D. | 1,6 | 1,0 | 0,6 | 1,6 | 0,9 | 0,7 | 1,6 | 0,9 | 0,7 |
| G. | 1,7 | 1,0 | 0,7 | 1,7 | 1,0 | 0,7 | 1,6 | 0,9 | 0,7 |
| C. | 2,4 | 1,4 | 1,0 | 2,3 | 1,3 | 1,0 | 2,3 | 1,4 | 0,9 |

Ueberblickt man diese Zusammenstellung in horizontaler Richtung, so zeigt sich, dass die Werte von **bc**, **kb** und **kc** für jede einzelne Saite bei den drei Versuchsreihen sehr wenig von einander abweichen, so dass es ohne Zweifel erlaubt ist, für beliebige Verkürzungen der Saite durch den Finger dieselben konstanten Werte anzunehmen. Vergleicht man andererseits die in verticalem Sinne übereinander stehenden Werte, so findet sich für die drei Saiten A, D und G eine sehr gute Uebereinstimmung derselben und es lassen sich für alle drei gewiss ohne allen Zwang als gemeinsame Werte, welche ich der weiteren Untersuchung zugrunde legen werde, diese wählen:

bc = 1,6; kb = 0,9 und kc = 0,7 cm.

Eine ganz eigentümliche und auffallende Ausnahme dagegen macht die C Saite, für welche alle Werte bedeutend grösser gefunden wurden. Diese Saite spricht überhaupt viel schwieriger an, als die übrigen und die drei Tabellen zeigen übereinstimmend, dass die Obertöne auf der C Saite bei

weitem nicht bis zu derselben Ordnungszahl hinauf zum Ansprechen zu bringen sind, wie dies auf den übrigen Saiten möglich ist.

Es müssen also auch für die C Saite im Folgenden andere Werte in Rechnung gebracht werden und zwar wähle ich

bc = 2,3; kb = 1,3 und kc = 1,0.

Ich hatte anfangs vermutet, es wäre vielleicht jenes Saitenindividuum, mit welchem ich die ersten Versuche ausführte, besonders unbiegsam und schlecht geartet, aber andere C Saiten von der besten Sorte, wie ich sie mir zu verschaffen vermochte, ergaben keine günstigeren Resultate. Die C Saite ist eben äusserst dick und mit schwerem Draht umsponnen, daher sehr wenig biegsam und hiedurch erklären sich wohl auch die eben über diese Saite mitgeteilten auffallenden Erfahrungen. Es folgt aber hieraus, dass die Besaitung des Cello's nicht gleichartig ist, insofern die C Saite den übrigen sehr merklich an Fähigkeit, Obertöne zu bilden, nachsteht. Vielleicht liesse sich diesem offenbaren Uebelstande durch entsprechende geringe Aenderungen in der Dickendimension der Saite abhelfen.

Ich gehe nun dazu über, die vorliegenden Tabellen mit den entsprechenden für die Violine aufgestellten Tabellen zu vergleichen. Schon ein oberflächlicher Blick lässt erkennen, dass die Saiten A, D und G des Violoncello's die Obertöne bis zu etwas grösserer Ordnungszahl rechts und links vom Knotenpunkt ansprechen lassen, als die Violinsaiten. Um über die einschlägigen Verhältnisse einen etwas genaueren Ueberblick zu gewinnen, stelle ich die höchsten Obertöne, welche noch rechts und links vom Knotenpunkt bei den drei Versuchsreihen ansprachen, für Violine und Cello hier zusammen, indem ich deren Benotung, Ordnungszahl, sowie die Länge der Unterabteilungen, in welche sich für jeden dieser Obertöne die Saite zu zerlegen hat (ihre Partiallänge) angebe.

| Numer der Versuchsreihe | Violine | | | | Violoncello | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Saite | Benotung | Numer | Partiallänge | Saite | Benotung | Numer | Partiallänge |
| I. | E. | $fis_5$ | 9 | 3,64 | A. | $a_4$ | 16 | 4,08 |
| | A. | $cis_5$ | 10 | 3,27 | D. | $d_4$ | 16 | 4,08 |
| | D. | $a_4$ | 12 | 2,73 | G. | $e_3$ (-) | 13 | 5,01 |
| | G. | $d_4$ | 12 | 2,73 | C. | $g_2$ | 12 | 5,43 |
| II. | E. | $fis_5$ | 6 | 3,53 | A. | $a_4$ | 12 | 4,00 |
| | A. | $d_5$ | 7 | 3,02 | D. | $d_4$ | 12 | 4,00 |
| | D. | $cis_5$ | 10 | 2,20 | G. | $g_3$ | 12 | 4,00 |
| | G. | $fis_4$ | 10 | 2,20 | C. | $g_2$ | 9 | 5,31 |
| III. | E. | $gis_5$ | 5 | 3,26 | A. | $cis_5$ | 10 | 3,34 |
| | A. | $e_5$ | 6 | 2,70 | D. | $fis_4$ | 10 | 3,34 |
| | D. | $a_4$ | 6 | 2,75 | G. | $h_3$ | 10 | 3,34 |
| | G. | $f_4$ | 7 | 2,37 | C. | $e_2$ | 5 | 6,71 |

Durchgängig sind die drei Saiten A, D und G des Violoncello's denen der Violine in der Fähigkeit, Obertöne zu bilden, überlegen; nur die C Saite macht hier wieder eine Ausnahme. Die Ursache für diese Ueberlegenheit der Cellosaiten ist in deren grösseren Länge gelegen, was sich durch folgende Gedanken erweisen lässt. Die Partiallängen der höchsten noch ansprechenden Obertöne sind auf der Violine immer um ein bedeutendes kleiner, als jene auf dem Cello; die Cellosaiten vermögen sich also nicht in so kleine Unterabteilungen zu zerlegen, wie die Violinsaiten, sie sind steifer. Wenn sie trotzdem eine grössere Anzahl von Obertönen bilden können, so liegt das eben nur in ihrer grösseren Länge begründet, welche eine Zerlegung der Saite in eine beträchtliche Anzahl von Unterabteilungen erlaubt, ohne dass diese Unterabteilungen gerade sehr klein zu sein brauchen.

Nach diesen vergleichenden Betrachtungen, welche offenbar für das Violoncell günstig ausgefallen sind, wende ich mich dem Hauptzweck der vorliegenden Untersuchung zu, der darin besteht, die Zusammensetzung der Klänge des Violoncello's zu bestimmen. Hiezu ist nötig, zunächst jene Grösse festzustellen, welche ich in der I. Abhandlung mit dem Worte Spielbreite bezeichnet habe. Dieselbe setzt sich zusammen aus den 3 Summanden **kc** + $\varepsilon$ + **bk** von denen bereits **kc** und **bk** aus den drei vorangestellten Tabellen abgeleitet wurden; es ergaben sich aber deren Werte für die C Saite beträchtlich grösser als für die drei anderen Saiten und dadurch bin ich auch genötigt, für die C Saite eine andere Spielbreite in Rechnung zu bringen als für die übrigen Saiten. Was nun die Grösse $\varepsilon$ betrifft, d. i. die Strecke, welche beim Spiel durch die Haare des Bogens berührt wird, so fand ich durch Auflegen des Cellobogens auf einen Massstab, dass die ganze Breite der Haarfläche des Bogens etwa 12 Millimeter beträgt. Bei sehr kräftigem Strich berührt der Bogen die Saite in einer Strecke von circa 10 mm; diese reduziert sich bei sehr schwachem Kantenstrich auf etwa 4 mm; beim gewöhnlichen mässig kräftigen Strich übersteigt die Berührungsbreite meist 6 mm. Ich wähle mir für die folgenden Berechnungen den Wert $\varepsilon$ = 6 mm, wobei ich bemerke, dass eine Aenderung von mehreren Millimetern im Werte dieser Grösse auf die Resultate sogut wie gar keinen Einfluss hat, was sich bald zeigen wird. Aus den Tabellen fand ich weiter oben für die Saiten A, D und G die Strecke kc = 0,7 und kb = 0,9 cm, somit ergibt sich als Spielbreite für diese drei Saiten der Wert kc + $\varepsilon$ + kb = 0,7 + 0,6 + 0,9 = 2,2 cm; für die C Saite dagegen ist kc = 1,3 und bk = 1,0 also die Spielbreite = 1,3 + 0,6 + 1,0 = 2,9 cm. Es ist bemerkenswert, dass diese beiden Werte etwas grösser sind, als jener Wert, den ich in der I. und II. Abhandlung für die Spielbreite der Violine gefunden habe, welcher zwischen 1,7 und 1,6 cm schwankte. Es rührt dieser Unterschied wohl davon her, dass die Cellosaiten wegen ihrer grösseren Dicke auch weniger biegsam sind und daher schwieriger ansprechen als die Violinsaiten.

Um ferner jene Obertöne herauszufinden, welche bei einer bestimmten Lage des Bogens mit ihren Knotenpunkten in die Spielbreite fallen und damit aus dem Klange getilgt werden, ist es nötig, für alle Obertöne der inbetracht zu ziehenden Klänge die Länge der zugehörigen Unterabteilungen der Saite (Partiallänge) zu berechnen. Ich gebe diese Partiallängen in der

folgenden Tabelle, indem ich bezüglich der Berechnung und der Auffassung dieser Zahlen auf das verweise, was ich in der II. Abhandlung bei Aufstellung der entsprechenden Tabelle für die Violine zur Erläuterung beifügte (Seite 31).

Ich habe auch diesesmal die Tabelle nicht weiter als bis zum 10. Oberton ausgedehnt, obwohl die drei Versuchsreihen, die ich am Violoncell anstellte, beweisen, dass auch noch Obertöne von höherer Ordnungszahl ansprechen. Die Gründe, warum ich auf höhere Obertöne keine Rücksicht zu nehmen für nötig halte, sind die folgenden: Erstens wirkt der Bogen bei den gebräuchlichen Strichlagen immer auf der zweiten schwingenden Abteilung der höheren Obertöne vom 11. an, und dadurch ist das Auftreten derselben zum mindesten sehr erschwert wenn nicht ganz in Frage gestellt. Ferner können höhere Obertöne als der 10. überhaupt nur für den Klang der leeren Saite sowie für einige Klänge, für welche die Saite durch Fingerdruck noch nicht beträchtlich verkürzt ist, inbetracht kommen; in höheren Lagen sprechen die Obertöne nicht mehr bis zu dieser Ordnungszahl an; namentlich aber wird bei der C Saite von vorneherein kein Oberton von so hoher Ordnungszahl ansprechen, wenn der Bogen auf der zweiten schwingenden Abteilung wirkt. Aber auch in den Fällen, wo wirklich so hohe Obertöne noch ansprechen sollten, können sie doch kaum einen nennenswerten Beitrag zum Klang leisten, da sie ja nur mit verschwindender Intensität auftreten. So hat der 11. Oberton nach Helmholtz eine Intensität, deren Betrag nur $\frac{1}{11^2}$ = $1/121$ von der Intensität des Grundtones ausmacht. Solche Töne können doch offenbar nur mehr in der nächsten Nähe des Instrumentes eine Wirkung auf das Gehör äussern und werden schon in einer Entfernung von einigen Metern wohl kaum mehr gehört werden.*)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 65,2 | 32,6 | 21,73 | 16,3 | 13,04 | 10,87 | 9,31 | 8,15 | 7,24 | 6,52 |
| h | 57,96 | 28,98 | 19,32 | 14,49 | 11,59 | 9,66 | 8,28 | 7,24 | 6,44 | 5,80 |
| $cis_1$ | 52,16 | 26,08 | 17,39 | 13,04 | 10,43 | 8,69 | 7,45 | 6,52 | 5,80 | 5,22 |
| $d_1$ | 48,9 | 24,45 | 16,3 | 12,22 | 9,78 | 8,15 | 6,99 | 6,11 | 5,43 | 4,89 |
| $e_1$ | 43,47 | 21,73 | 14,49 | 10,87 | 8,69 | 7,24 | 6,21 | 5,43 | 4,83 | 4,35 |
| $fis_1$ | 39,12 | 19,56 | 13,04 | 9,78 | 7,82 | 6,52 | 5,59 | 4,89 | 4,35 | 3,91 |
| $gis_1$ | 34,77 | 17,39 | 11,59 | 8,69 | 6,95 | 5,79 | 4,97 | 4,35 | 3,86 | 3,48 |
| $a_1$ | 32,6 | 16,3 | 10,87 | 8,15 | 6,52 | 5,43 | 4,66 | 4,07 | 3,62 | 3,26 |
| $h_1$ | 28,98 | 14,49 | 9,66 | 7,24 | 5,80 | 4,83 | 4,14 | 3,62 | 3,22 | 2,90 |
| $cis_2$ | 26,08 | 13,04 | 8,69 | 6,52 | 5,22 | 4,35 | 3,73 | 3,26 | 2,90 | 2,61 |
| $d_2$ | 24,45 | 12,22 | 8,15 | 6,11 | 4,89 | 4,07 | 3,49 | 3,06 | 2,72 | 2,44 |
| $e_2$ | 21,73 | 10,87 | 7,24 | 5,43 | 4,35 | 3,62 | 3,10 | 2,72 | 2,41 | 2,17 |
| $fis_2$ | 19,56 | 9,78 | 6,52 | 4,89 | 3,91 | 3,26 | 2,79 | 2,45 | 2,17 | 1,96 |
| $gis_2$ | 17,39 | 8,69 | 5,79 | 4,35 | 3,48 | 2,90 | 2,48 | 2,17 | 1,93 | 1,74 |
| $a_2$ | 16,3 | 8,15 | 5,43 | 4,07 | 3,26 | 2,72 | 2,33 | 2,04 | 1,81 | 1,63 |

*) Geübte Hörer und Kenner des Violinspieles behaupten, dass der Klang von ausgezeichneten Geigen erst in einer gewissen Entfernung vom Instrumente den vollkommensten und angenehmsten Eindruck auf das Gehör hervorbringe. Vielleicht erklärt sich dies daraus, dass in der Entfernung die höheren Obertöne nicht mehr gehört werden, wodurch dem Klang eine gewisse unangenehme Schärfe benommen wird.

Unsere nächste Aufgabe ist, für bestimmte Lagen des Bogens die Grenzen der Spielbreite zu fixieren. Ich nehme zuerst an, dass der Bogen in $^1/_{10}$ der Saitenlänge (vom Steg ab gerechnet) wirke; da die Länge der Saite 65,2 cm ist, so liegt die Mitte des Bogens 6,52 cm vom Steg entfernt, die Spielbreite erstreckt sich demnach von hier ab, da die Berührungsbreite des Bogens selbst zu 0,6 cm anzunehmen ist, 0,3 + kb cm gegen den Steg zu und 0,3 + kc cm gegen das Griffbrettende hin. Daher finden sich die Grenzen der Spielbreite für die A, D und G Saite

um 6,52 — 0,3 — 0,9 = 5,32 cm einerseits und

um 6,52 + 0,3 + 0,7 = 7,52 cm anderseits vom Steg entfernt.

Für die C Saite dagegen betragen die Entfernungen dieser Grenzen vom Steg

6,52 — 0,3 — 1,3 = 4,92 cm und

6,52 + 0,3 + 1,0 = 4,82 cm.

Durch Vergleich dieser Grenzen mit den in der vorigen Tabelle gegebenen Partiallängen findet man jene Obertöne, von welchen ein Knotenpunkt in die Spielbreite fällt, welche also aus dem Klange auszuscheiden sind. Die Resultate dieser Untersuchung sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, in welcher ich die Klänge der A, D und G Saite von denen der C Saite trennen musste wegen der verschiedenen Werte der Spielbreite.

| Klänge | A, D und G Saite. Spielbreite 5,32 bis 7,52 | C Saite. Spielbreite 4,92 bis 7,82 |
|---|---|---|
| a | (8) . . | (8) . . |
| h | (7) . . . | (7) . . . |
| $cis_1$ | (6) . . . 10 | (6) . . . |
| $d_1$ | (6) . . . [10] | (6) . . . [10] |
| $e_1$ | (5) . . . [9, 10] | (5) . . . [9, 10] |
| $fis_1$ | (5) . . [8, 9, 10] | (4) . . . [8, 9, 10] |
| $gis_1$ | (4) . . [7, 8, 9] . | (4) . . . [8] . . |
| $a_1$ | (4) . . [7, 8] . . | (4) . . [7, 8] . . |
| $h_1$ | (3) . . [6, 7] . . . | (3) . . [6, 7] . . . |
| $cis_2$ | (3) . 5 [6] . . . [10] | (3) . . [6] . . . . |
| $d_2$ | (3) . [5, 6] . . . . | (3) . [5, 6] . . . . |
| $e_2$ | (2) . . [5] . . . . . | (2) . . [5] . . . . . |
| $fis_2$ | (2) . [4, 5] . . . . . | (2) . [4] . . . . . |
| $gis_2$ | (2) . [4] . . . . . | (2) . [4] . . . . . |
| $a_2$ | (2) . [4] . . . . . | (2) . [4] . . . . . |

Die Tabelle umfasst zwei Oktaven der Durskala, die auf den Klang der leeren Saite aufgebaut sind; dabei ist angenommen, dass alle diese Klänge auf derselben Saite durch entsprechenden Fingerdruck hervorgebracht werden. Die Klänge sind nach der A Saite benannt, die entsprechenden Aenderungen der Benennung für die übrigen Saiten sind leicht zu ergänzen.

Die in runder Klammer ( ) stehende Zahl bedeutet die Anzahl der voll und sicher ansprechenden Obertöne, vom ersten angefangen; Punkte sind an Stelle der Numern jener Obertöne gesetzt, welche durch den Bogen ausgelöscht werden. In eckige Klammer [ ] endlich setzte ich die Numern jener Obertöne, deren Auftreten mir sehr zweifelhaft, aber nicht gerade unmöglich erscheint. Bei der Entscheidung darüber, ob ein Oberton möglich oder kaum mehr möglich ist, kann hauptsächlich nur seine Partiallänge massgebend sein; ich halte aufgrund der drei Versuchsreihen es für ziemlich unwahrscheinlich, dass ein Oberton, für welchen der Bogen auf der zweiten Abteilung wirkt, noch auftrete, wenn seine Partiallänge unter 5 cm herabsinkt. (Bei der Violine nahm ich 4 cm als Grenze.) Für die C Saite ist diese Grenze indessen noch zu niedrig gegriffen und muss jedenfalls auf 6,52 cm erhöht werden; bei den drei übrigen Saiten dagegen mag wohl ab und zu auch noch ein Oberton auftreten, dessen Partiallänge unter 5 cm liegt und inderthat sind in den drei Versuchsreihen viele Obertöne von noch geringerer Partiallänge als 5 cm als ansprechende verzeichnet. Allein ich muss hier wiederholt bemerken, dass dieselben links vom Knotenpunkt meist sehr schwierig und oft nur an ganz bestimmten Stellen ansprechen. Bestimmte Grenzen lassen sich wohl in dieser Region der Obertöne überhaupt nicht ziehen; ob ein Oberton von so geringer Partiallänge anspricht oder nicht anspricht, das wird von vielen Umständen, von der Gediegenheit der Bogenführung, von der Intensität des Striches, (ob piano oder forte), von der Güte der Saite und des Instrumentes abhängen, auch glaube ich, dass grosse Instrumente mit sehr langen Saiten, für welche die Partiallängen der Obertöne etwas grösser ausfallen, auch die Obertöne bis zu etwas grösserer Höhe erklingen lassen, also einen etwas reicheren Klang geben; jedenfalls ist in dieser Beziehung das Violoncello der Violine etwas überlegen. Ich stelle nach dem Gesagten die in [ ] Klammer gestellten Obertöne als solche hin, die unter günstigen Umständen wohl auftreten können, die aber doch in den meisten Fällen ausbleiben werden. Namentlich kann es nicht dem mindesten Zweifel unterliegen, dass die für die C Saite in dieser Weise bezeichneten Obertöne unter jeder Bedingung stumm bleiben.

Sehr bemerkenswert ist, dass in der vorstehenden Tabelle die Resultate betreffs der Zusammensetzung der Klänge für die C Saite den Ziffern nach fast identisch sind mit denen für die drei übrigen Saiten, obwohl der Berechnung zwei bedeutend von einander abweichende Werte der Spielbreite zugrunde gelegt wurden. Es folgt hieraus, dass geringe Aenderungen im Werte der Spielbreite, welche durch sehr verschiedenartige Umstände bedingt sein können, sehr wenig Einfluss auf die Zusammensetzung der Klänge haben. Vergleicht man ferner die vorstehende Tabelle mit jener, welche in der II. Abhandlung Seite 32 unter der Ueberschrift „günstigste Lage des Bogens“ für die Violine aufgestellt wurde, so findet auch hier eine ziemlich vollständige Uebereinstimmung statt, wenigstens soweit die in runde Klammern ( ) gesetzten, also die für den Klang gesicherten Obertöne in betracht kommen. Für die in eckige Klammern gesetzten Obertöne ergeben sich dagegen mancherlei Unterschiede und zwar immer zu gunsten des Violoncell's, d. h. unter gleich günstigen Bedingungen ist jedenfalls der Klang des Violoncell's reichhaltiger als der entsprechende

der Violine. Für die C Saite des Cello's besteht indessen dieser Vorzug sicherlich nicht.

Bei der eben behandelten Stellung des Bogens sprechen auf den leeren Saiten die ersten 8 Obertöne voll an; ob diese Lage in gewissem Sinne (für die leeren Saiten wenigstens) die günstigste zu nennen sei, kann erst entschieden werden, wenn einige andere Stellungen des Bogens behandelt sein werden; ich gehe dazu über, eine Stellung des Bogens zu fixieren und zu untersuchen, für welche das Auftreten von 10 Obertönen im Klang der leeren Saite gesichert ist. Die Partiallänge des 10. Obertones der leeren Saite ist 6,52 cm; damit nun dieser Oberton noch sicher auftrete, muss für die C Saite die Mitte der Bogenbreite von dem Knotenpunkt dieses Tones noch um $\frac{\varepsilon}{2} + kc$ 0,3 + 1,0 = 1,3 cm gegen den Steg hin entfernt sein, also findet sich für die Entfernung der Bogenmitte vom Steg 6,52 — 0,3 — 1,0 = 5,22 cm. Um aber ganz sicher zu sein, dass auf allen vier Saiten 10 Obertöne ansprechen, nehme ich die Entfernung der Bogenmitte vom Steg noch etwas kleiner, nämlich zu 5 cm an. Die Grenzen der Spielbreite ergeben sich dann für die A, D und G Saite zu

5,0 — 0,3 — 0,9 = 3,8 cm und
5,0 + 0,3 + 0,7 = 6,0 cm;

für die C Saite werden dagegen die Grenzen weiter, nämlich

5,0 — 0,3 — 1,3 = 3,4 cm und
5,0 + 0,3 + 1,0 = 6,3 cm.

Unter Zugrundelegung dieser Werte ergeben sich folgende Zusammensetzungen der Klänge:

| Klänge. | A, D und G Saite. Spielbreite 3,8 bis 6,0 | C Saite. Spielbreite 3,4 bis 6,3 |
|---|---|---|
| a | (10) | (10) |
| h | (9) . | (9) . |
| $cis_1$ | (8) . . | (8) . . |
| $d_1$ | (8) . . | (7) . . . |
| $e_1$ | (7) . . . | (6) . . . . |
| $fis_1$ | (6) . . . | (6) . . . . |
| $gis_1$ | (5) . . . . [10] | (5) . . . . [10] |
| $a_1$ | (5) . . . [9, 10] | (5) . . . . [10] |
| $h_1$ | (4) . . . [8, 9] . | (4) . . . . [9] . |
| $cis_2$ | (4) . . [7, 8] . . | (4) . . . [8] . . |
| $d_2$ | (4) . . [7, 8] . . | (3) . . . . . |
| $e_2$ | (3) . . [6, 7] . . . | (3) . . . . . |
| $fis_2$ | (3) . . [6] . . . . | (3) . . [6] . . . . |
| $gis_2$ | (2) . . [5] . . . . . | (2) . . . . . |
| $a_2$ | (2) . . [5] . . . . . | (2) . . [5] . . . . . |

Auch in dieser Tabelle stimmen die Resultate für die C Saite ziemlich vollständig überein mit jenen für die drei übrigen Saiten. Von den in

eckige Klammern gestellten Obertönen kann man diesesmal entschieden behaupten, dass sie nicht ansprechen werden; denn deren Partiallängen bleiben alle unter dem Wert 4 cm (der grösste darunter ist 3,73 cm), also ist ein Auftreten derselben auf der C Saite ganz undenkbar, aber auch auf den übrigen Saiten wohl nur in den allerseltensten Fällen möglich. Ein Vergleich der vorliegenden Tabelle mit der entsprechenden für die Violine Seite 32 unter der Ueberschrift: „Aeusserste Lage des Bogens am Steg" aufgestellten Tabelle ergibt fast keine Unterschiede, wenn man aus der vorstehenden Tabelle die in eckigen Klammern stehenden Obertöne streicht, was man mit vollstem Rechte thun kann.

Es bleibt nun noch übrig, eine andere Lage des Bogens gegen das Griffbrettende hin zu fixieren und zu untersuchen, und ich wähle sie, entsprechend den bei der Violine gemachten Erfahrungen, so, dass 5 Obertöne dem Klang der leeren Saite gesichert bleiben. Der 5. Oberton hat die Partiallänge 13,04 cm, die Mitte des Bogens soll, damit derselbe auftrete, auf der C Saite noch 0,3 + 1,0 = 1,3 cm von dessen Knotenpunkt gegen den Steg hin entfernt sein, also erhält die Bogenmitte vom Steg eine Entfernung 13,04 — 1,3 = 10,74, welche ich auf 10,5 cm abrunden will; der Bogen wirkt dabei auf meinem Violoncell gerade über dem Ende des Griffbrettes. Für diese Lage finden sich als Grenzen der Spielbreite auf der A, D und G Saite

10,5 — 0,3 — 0,9 = 9,3 cm und
10,5 + 0,3 + 0,7 = 11,5 cm,

auf der C Saite

10,5 — 0,3 — 1,3 = 8,9 cm und
10,5 + 0,3 + 1,0 = 11,8 cm.

Diesen Werten entsprechen folgende Zusammensetzungen der Klänge:

| Klänge | A, D und G Saite. Spielbreite 9,3 bis 11,5 | C Saite. Spielbreite 8,9 bis 11,8 |
|---|---|---|
| a | (5) . . 8, 9, 10 | (5) . . 8, 9, 10 |
| h | (5) . 7, 8, 9 . | (4) . . 7, 8, 9 . |
| $cis_1$ | (4) . 6, 7, 8 . . | (4) . 6, 7, 8 . . |
| $d_1$ | (4) . 6, 7, 8 . . | (4) . 6, 7, 8 . . |
| $e_1$ | (3) . 5, 6, 7 . . [10] | (3) . 5, 6, 7 . . [10] |
| $fis_1$ | (3) . 5, 6 . . [9, 10] | (3) . 5, 6 . . [9] . |
| $gis_1$ | (3) 4, 5 . . [8] . . | (2) . 4, 5 . . [8] . . |
| $a_1$ | (2) . 4, 5 . . [8] . . | (2) . 4, 5 . . [8] . . |
| $h_1$ | (2) . 4, 5 . [7] . . [10] | (2) . 4 . . [7] . . [10] |
| $cis_2$ | (2) 3, 4 . [6] . . [9] . | (2) 3, 4 . [6] . . . . |
| $d_2$ | (2) 3, 4 . [6] . . . . | (2) 3, 4 . [6] . . . . |
| $e_2$ | (1) . 3 . [5] . . . . . | (1) . 3 . [5] . . . . . |
| $fis_2$ | (1) . 3 . [5] . . . . . | (1) . 3 . . . . . |
| $gis_2$ | (1) 2 . [4] . [6] . . . . | (1) 2 . [4] . . . . . |
| $a_2$ | (1) 2 . [4] . . . . . | (1) 2 . [4] . . . . . |

In dieser Tabelle sind die Reihen der Obertöne meist an mehreren Stellen durch den Bogen durchlöchert, was davon herrührt, dass von manchen Obertönen der erste Knotenpunkt, von anderen der 2. oder 3. in die Spielbreite fällt. Es entstehen dadurch ähnliche zersplitterte Toncombinationen, wie sich dieselben auch bei der Violine vorfanden und welche in der Tabelle Seite 32 unter der Ueberschrift „Lage des Bogens über dem Ende des Griffbrettes" mitgeteilt wurden. Für die Violine habe ich die entsprechende Stellung des Bogens verworfen und dieselben Gründe, welche ich bei jener Gelegenheit angegeben habe (pag. 35), bestimmen mich jetzt wieder, die Stellung des Bogens über dem Ende des Griffbrettes auch für das Violoncell als eine ungünstige zu bezeichnen.

Dadurch bin ich genötigt, die Zusammensetzung der Klänge noch zu untersuchen für den Fall, dass der Bogen in einiger Entfernung vom Griffbrettende wirke. Zu diesem Zwecke denke ich mir den Bogen soweit verschoben, dass auf der leeren Saite auch noch der 6. Oberton mit seinem Knotenpunkt links vom Bogen zu liegen komme, also sicher anspreche. Das geschieht, wenn man die Lage des Bogens etwa um 2 cm gegen den Steg zu verändert, so dass die Bogenmitte 8,5 cm Entfernung vom Steg erhält. Die Grenzen der Spielbreite sind dann

auf der A, D und G Saite: 7,3 und 9,5 cm,
auf der C Saite: 6,9 und 9,8 cm

und es finden sich folgende Zusammensetzungen der Klänge:

| Klänge | A, D und G Saite. Spielbreite 7,3 bis 9,5 | C Saite. Spielbreite 6,9 bis 9,8 |
|---|---|---|
| a | (6) . . . 10 | (6) . . . [10] |
| h | (6) . . 9, 10 | (5) . . . [9, 10] |
| $cis_1$ | (5) . . 8, 9, 10 | (5) . . [8, 9, 10] |
| $d_1$ | (5) . 7, 8, 9 [10] | (4) . . . [8, 9, 10] |
| $e_1$ | (4) . . 7, 8 [9] . | (4) . . [7, 8] . . |
| $fis_1$ | (4) . 6, 7 [8] . . | (3) . . [6, 7] . . . |
| $gis_1$ | (3) . 5, 6 [7] . . [10] | (3) . . [6, 7] . . [10] |
| $a_1$ | (3) . 5, 6 . . [9, 10] | (3) . [5, 6] . . . [10] |
| $h_1$ | (3) 4, 5 [6] . [8, 9] . | (2) . . [5] . . . . . |
| $cis_2$ | (2) . 4, 5 . . [8] . . | (2) . [4, 5] . . . . . |
| $d_2$ | (2) . 4 [5] . [7] . . . | (2) . [4] . . . . . |
| $e_2$ | (2) 3, 4 . . . . . | (2) . [4] . . . . . |
| $fis_2$ | (2) 3 [4] . [6] . . . . | (1) . [3] . . . . . |
| $gis_2$ | (1) . 3 . [5] . . . . . | (1) . [3] . . . . . |
| $a_2$ | (1) . 3 . [5] . . . . . | (1) . [3] . . . . . |

Auch diese Tabelle enthält ziemlich zersplitterte Tonharmonieen, die sich übrigens nach Hinweglassung der in [ ] gestellten Obertöne noch ziem-

lich einfach gestalten. Vergleicht man die beiden letzten Tabellen mit den entsprechenden für die Violine aufgestellten (Seite 32, Aeusserste Lage des Bogens am Griffbrett), so findet sich zwar im Grossen und Ganzen genügende Uebereinstimmung, aber es zeigt sich wieder ein Unterschied zu gunsten des Violoncells, indem sich durchgängig die Tonverbindungen auf dem letzteren Instrumente reichhaltiger gestalten, als auf der Violine. Der Grund hiefür liegt bei den eben behandelten Lagen des Bogens jedenfalls darin, dass die Knotenpunkte der Obertöne auf dem Cello sich hier schon ziemlich weit voneinander entfernen, so dass nicht so viele in die Spielbreite zu liegen kommen. Wollte man z. B. den Bogen soweit verschieben, dass er auf der leeren Saite nur mehr für vier Obertöne auf deren ersten Abteilung wirkt, dagegen den fünften auslöscht, was bei der Violine eintritt, wenn der Bogen gerade über dem Griffbrettende steht, so müsste man auf dem Cello, da die Partiallänge des 5. Obertones 13,04 ist, den Bogen mindestens in der Entfernung 12 cm vom Steg wirken lassen und käme damit fast 2 cm über das Griffbrettende hinauf.

Ich stelle nun der besseren Uebersichtlichkeit halber die in den letzten Tabellen niedergelegten Klangverbindungen unter Ausschluss der vorletzten Tabelle und unter Hinweglassung der in [ ] gestellten Obertöne noch einmal zusammen, wobei wieder die C Saite einzeln behandelt werden muss.

## Tabelle

### über die Zusammensetzung der Klänge auf der A, D und G Saite.

| Klänge | Lage des Bogens gegen den Steg zu (5 cm vom Steg entfernt) | Mittlere Lage des Bogens (6,52 cm vom Steg entfernt) | Lage des Bogens gegen das Griffbrett zu (8,5 cm vom Steg entfernt) |
|---|---|---|---|
| a | (10) | (8) | (6) . . . 10 |
| h | (9) | (7) | (6) . . 9, 10 |
| $cis_1$ | (8) | (6) . . . 10 | (5) . . 8, 9, 10 |
| $d_1$ | (8) | (6) | (5) . 7, 8, 9, |
| $e_1$ | (7) | (5) | (4) . . 7, 8 |
| $fis_1$ | (6) | (5) | (4) . 6, 7 |
| $gis_1$ | (5) | (4) | (3) . 5, 6 |
| $a_1$ | (5) | (4) | (3) . 5, 6 |
| $h_1$ | (4) | (3) | (3) 4, 5 |
| $cis_2$ | (4) | (3) . 5 | (2) . 4, 5 |
| $d_2$ | (4) | (3) | (2) . 4 |
| $e_2$ | (3) | (2) | (2) 3, 4 |
| $fis_2$ | (3) | (2) | (2) 3 |
| $gis_2$ | (2) | (2) | (1) . 3 |
| $a_2$ | (2) | (2) | (1) . 3 |

## Tabelle

### über die Zusammensetzung der Klänge auf der C Saite.

| Klänge | Lage des Bogens gegen den Steg zu (5 cm vom Steg entfernt) | Mittlere Lage des Bogens (6,52 cm vom Steg entfernt) | Lage des Bogens gegen das Griffbrett zu (8,5 cm vom Steg entfernt) |
|---|---|---|---|
| C | (10) | (8) | (6) |
| D | (9) | (7) | (5) |
| E | (8) | (6) | (5) |
| F | (7) | (6) | (4) |
| G | (6) | (5) | (4) |
| A | (6) | (4) | (3) |
| H | (5) | (4) | (3) |
| c | (5) | (4) | (3) |
| d | (4) | (3) | (2) |
| e | (4) | (3) | (2) |
| f | (3) | (3) | (2) |
| g | (3) | (2) | (2) |
| a | (3) | (2) | (1) |
| h | (2) | (2) | (1) |
| $c_1$ | (2) | (2) | (1) |

Diese beiden Tabellen unterscheiden sich von der für die Violine aufgestellten Tabelle (Seite 36), wie nicht anders zu erwarten war, in mehreren Punkten, allein in den Hauptsachen ist die Uebereinstimmung eine so entschiedene, dass damit im Grossen und Ganzen alle Resultate, wie sie für die Violine gefunden wurden, auch für das Violoncello als giltig nachgewiesen sind.

Einige Punkte bedürfen indessen noch für das Cello einer kurzen Erörterung. Hieher gehört die Grösse des Spielraumes auf der Saite, innerhalb dessen der Bogen angewendet werden soll. Für die Violine beträgt der Spielraum von der mittleren Stellung aus gegen den Steg zu (nach rechts) etwa 1 cm, gegen das Griffbrett zu (nach links) etwa 2 cm. Unsere letzten Tabellen enthalten für den Bogen von der mittleren Lage aus einen Spielraum von 1,5 cm nach rechts und 2 cm nach links; diese Grenzen sind offenbar für das Cello zu eng. Was zunächst die Grenze gegen den Steg zu betrifft, so kann diese auf der leeren Saite noch gewiss um 0,5 cm hinausgerückt werden, so dass der Bogen 4,5 cm vom Steg entfernt ist. Hiebei wird der 11. Oberton vielleicht noch möglich sein; er wird aber kaum merklich auftreten, folglich wird durch diese Verschiebung des Bogens für die leeren Saiten am Klang wohl kaum eine merkliche Aenderung hervorgerufen werden. Eine grössere Annäherung des Bogens an den Steg ist, wie bei der Violine genauer erörtert wurde, nicht ratsam, weil dann der Grundton nicht mehr ganz und voll anspricht, namentlich gilt dies für die C Saite, auf welcher wohl der Bogen sich

kaum näher an den Steg heranwagen darf, als auf 5 cm Entfernung. Selbstverständlich ist bei Verkürzung der Saiten durch den Finger auch eine grössere Annäherung des Bogens an den Steg wünschenswert und günstig. Auch nach der anderen Seite d. h. gegen das Griffbrett zu scheint mir eine Verschiebung des Bogens um etwa 1 cm noch zulässig; zwar setzen sich die Klänge an diesen Stellen der Saiten wie die beiden letzten Partialtabellen (Seite 59 u. 60) zeigen, aus ziemlich vielen Obertönen zusammen, aber für die höheren derselben tritt der Bogen mehr und mehr auf die zweite Abteilung, was wohl eine Dämpfung derselben und damit ein Milderwerden des Klanges zur Folge haben muss. Auf diese Weise ergeben sich als Spielraum des Bogens von seiner mittleren Stellung aus nach rechts 2 cm, nach links 3 cm, im Ganzen also 5 cm; bei Verkürzung der Saiten verengern sich natürlich diese Grenzen und rücken beide gegen den Steg zu.

Die in den letzten Tabellen als mittlere Lage des Bogens bezeichnete Stellung kann wohl mit demselben Rechte wie das im Falle der Violine geschehen ist und begründet wurde, als die günstigste Stellung des Bogens für die leeren Saiten bezeichnet werden; sie liegt für das Violoncello in $^1/_{10}$ der Saitenlänge, während sie sich für die Violine in ungefähr $^1/_{11}$ der Saitenlänge fand.

---

Die Resultate der vorliegenden Untersuchung lassen sich in folgende Sätze zusammenfassen:

1. Die Besaitung des Violoncello's ist insoferne eine ungleichartige, als die C Saite viel steifer ist und daher weniger die Fähigkeit besitzt, Obertöne zu produzieren, als die drei übrigen Saiten.

2. Die drei Saiten A, D und G des Cello sind an Fähigkeit, Obertöne zu bilden, den Saiten der Violine überlegen; dies erklärt sich durch die grössere Länge der Cellosaiten.

3. Die Spielbreite ist für das Cello etwas grösser als für die Violine, wegen der Steifheit der Saiten. Trotzdem werden auf dem ersteren Instrumente durch den Bogen weniger Obertöne ausgelöscht, als auf der Violine, weil die Knotenpunkte der Obertöne wegen der grösseren Saitenlänge auf dem Cello weiter auseinanderliegen, als auf der Violine.

Hieraus folgt:

4. Die Klänge der A, D und G Saite des Violoncello's sind im allgemeinen etwas reicher als die entsprechenden Klänge der Violine. Genauen Aufschluss über die Zusammensetzung der einzelnen Klänge geben die beiden letzten Tabellen.

5. In allen übrigen Punkten stimmen die Resultate der vorliegenden Untersuchungen vollständig überein mit den Ergebnissen, welche in der I. und II. Abhandlung für die Violine gefunden wurden. Es gelten also dieselben Sätze, welche am Schlusse dieser beiden Abhandlungen für die Violine aufgestellt wurden, unverkürzt und vollständig auch für das Violoncello.

---

# IV.

# Das Mitklingen der freien Saiten.

Unter Mitklingen der freien Saiten verstehe ich die Erscheinung, dass eine gestrichene Saite eine andere nicht gestrichene Saite desselben Instrumentes unter gewissen Bedingungen veranlasst, mitzuschwingen also auch mitzuklingen. Die Erscheinung ist allgemein bekannt unter der Bezeichnung des Mittönens; es wird sich indessen im Folgenden zeigen, dass in den meisten bei Streichinstrumenten inbetracht kommenden Fällen eine ganze Gruppe von Obertönen zum Mitklingen veranlasst wird, dass also für die vorliegende Erscheinung der Ausdruck Mitklingen richtiger ist. Es ist bisher meines Wissens noch nicht untersucht worden, in welcher Breite und Häufigkeit die Erscheinung bei den Streichinstrumenten auftrete, d. h. inwieweit beim Spiel die Saiten ein und desselben Instrumentes sich gegenseitig beeinflussen, und ob etwa dadurch die Klangfarbe dieser Instrumente betroffen werden könne.

Ich versuche im vorliegenden Abschnitt den zuletzt angedeuteten Fragen etwas näher zu treten. Zu diesem Zwecke muss zuerst untersucht werden, unter welchen Umständen eine Saite imstande ist, eine andere Saite in Mitschwingung zu versetzen. Bisher hat man die Erscheinung des Mittönens bei Saiten meist in der Weise untersucht und beobachtet, dass man eine primäre Saite als Ganzes in Erregung brachte, und zusah, unter welchen Umständen sie auf eine zweite Saite erregend einwirke; auf die einzelnen Bestandteile des Klanges der primären Saite wurde dabei gar keine Rücksicht genommen, sowie anderseits durchaus ununtersucht blieb, in welcher Weise jeweils die zweite Saite das Mitschwingen ausführte, d. h. welche ihrer Obertöne sich daran beteiligten Es blieb daher die Untersuchung des Phänomens des Mittönens meist beschränkt auf die Fälle, wo eine primäre Saite eine zweite gleichgestimmte*) oder eine Saite erregt, deren Grundton 2 oder 3 mal so viele Schwingungen ausführt, als der Grundton der ersteren. Und in der That wird die Erscheinung des Mittönens damit so ziemlich erschöpft sein in jenen Fällen, wo die Saite, die erregt werden soll, in grösserer Entfernung von der primären Saite liegt, wo also die beiden Saiten auf zwei verschiedenen Instrumenten aufgespannt sind. Sind aber beide Saiten auf demselben Instrumente, und noch dazu auf so empfindlichen Instrumenten, wie die Streichinstrumente denn doch sind, aufgezogen, so wird nicht bloss in jenen einfachen Fällen

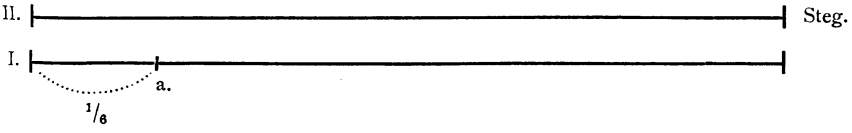
*) Tyndall beschreibt in seinem Buche „der Schall" pag. 387 derartige Versuche nach Sauveur, wobei die beiden Saiten im Einklang stehen.

ein Mitschwingen eintreten, sondern man wird der Untersuchung den Satz zugrunde legen müssen: Eine Saite wird eine zweite in Mitschwingungen versetzen, wenn die zweite fähig ist, einen oder mehrere Obertöne erklingen zu lassen, die im Klang der primären Saite enthalten sind.

Die Richtigkeit dieses Satzes ist theoretisch evident und ich ging daran zu prüfen, in wieweit sich derselbe an Streichinstrumenten bewähre, namentlich aber auch festzustellen, wie viele Obertöne sich jeweils am Mitklingen beteiligen, wenn die primäre und sekundäre Saite beliebige Intervalle miteinander bilden, und endlich womöglich die Frage zu beantworten, in wiefern das Phänomen etwa für die Klangfarbe der Instrumente von Bedeutung sei.

Zuerst untersuchte ich den einfachsten Fall, wobei primäre und sekundäre Saite auf denselben Ton gestimmt sind, und zwar wurden dabei alle Bestandteile der Klänge beider Saiten berücksichtigt. Zu diesem Zwecke spannte ich zwei gleiche Saiten auf ein Violoncello; dieses Instrument eignet sich für die vorliegenden Untersuchungen weit besser als die Violine, da die Saiten länger, die Amplituden der Schwingungen grösser sind, überhaupt alle Umstände, auf die es hier ankommt, schärfer markiert, leichter mit dem Auge zu beobachten und mit dem Gehör wahrzunehmen sind.

**Figur 6.**




In vorstehender Figur mögen die beiden Geraden zwei solche Saiten vorstellen und zwar sei die Saite I, die ich auch die primäre nennen werde, jene, welche mit dem Bogen gestrichen wird, die Saite II oder die sekundäre, jene, deren Mitklingen untersucht werden soll; beide seien zunächst genau gleich gestimmt. Das Cello wurde beim Versuch auf den Tisch gelegt und beim Wirbelkasten so unterstützt, dass die Saiten ganz horizontal zu liegen kamen. Die verschiedenen zahlreichen Versuche, die ich nun über die Wechselwirkung der beiden Saiten anstellte, lassen sich nach bestimmten Gesichtspunkten ordnen, die ich im Folgenden durch Voranstellung bestimmter Sätze fixiere:

1. Jeder einzelne Oberton der primären Saite ruft denselben Oberton der anderen Saite hervor.

Will man dies etwa für den 6. Oberton nachweisen, so berührt man Saite I leise in $^1/_6$ (bei a Figur 6) mit dem Finger, streicht die Saite an, hemmt sie gleich darnach wieder; jetzt klingt die Saite II deutlich nach und zwar lässt sie denselben Ton hören; sie zerlegt sich auch in 6 gleiche Teile, wie man leicht durch aufgesetzte Papierreiter nachweisen kann, welche an den Knotenpunkten sitzen bleiben, sonst überall abgeworfen werden. Das Nachklingen der Saite II ist dabei für die unteren Obertöne bis zum 5. sehr lebhaft und kräftig und ist auch noch bis zum

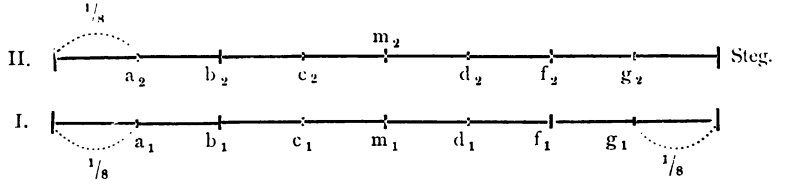
8. hin für das Gehör sehr deutlich wahrzunehmen, vorausgesetzt, dass die Stimmung der beiden Saiten genau gleich ist; bei den höheren Obertönen tritt das Mittönen schwächer auf, ist für das Ohr nicht mehr recht deutlich wahrnehmbar, lässt sich aber mit Hilfe des Papierreiters noch ganz sicher nachweisen. Ich lege indessen bei der vorliegenden Untersuchung auf höhere Obertöne als den 8. kein Gewicht; denn in der I. und II. Abhandlung wurde gezeigt, dass beim Spiel meist bloss 6 bis 8, höchstens 10 Obertöne erzielt werden, daher können auch, wie in der vorliegenden Untersuchung gezeigt werden wird, nur 6 bis 8, höchstens 10 Obertöne auf der sekundären Saite zum Mitschwingen veranlasst werden, und man wird die Untersuchung um so mehr auf 8 Obertöne beschränken können, als ja der 9. und 10. Oberton im Klang der primären Saite schon sehr schwach vertreten ist, also jedenfalls eine kaum merkliche Wirkung auf die II. Saite ausüben wird.

Der eben angeführte Satz erfährt eine weitere Präcision durch den folgenden:

2. Ein bestimmter Oberton der Saite I kann auf der sekundären Saite nur den gleichhohen, aber keinen anderen (höheren oder tieferen) Oberton hervorrufen.

Dieser Satz verdient besondere Beachtung, da er der gewöhnlichen Meinung und Erfahrung zu widersprechen scheint; es ist ja doch bekannt, dass eine Saite eine zweite in's Mitschwingen versetzen kann, wenn die letztere um eine Oktave höher oder tiefer gestimmt ist als die erstere; es wird sich bald zeigen, wie in diesem Falle die Schwingungen der zweiten Saite beschaffen sind. Ich selbst ging anfangs von der Vermutung aus, dass ein Oberton imstande sei, mindestens seine eigene höhere oder tiefere Oktave auf der sekundären Saite hervorzurufen; denn da in diesen Fällen die Schwingungszahlen beider Töne im Verhältnis von 1 : 2 oder von 2 : 1 stehen, so coincidiert immer die Hälfte der Schwingungen der einen Saite mit den sämtlichen Schwingungen der anderen; man sollte also eine Uebertragung der Schwingungen von einer Saite zur anderen als notwendig erwarten. Ich fand meine Vermutung nicht bestätigt. Die Versuche hierüber wurden so angestellt:

**Fig. 7.**




Die Saite II wird in $\frac{1}{8}$ ihrer Länge bei $a_2$ so unterstützt mit Hilfe eines untergelegten Baumwollenwulstes, dass sie beim Streichen mit dem Bogen den 8. Oberton gut erklingen lässt; um die Zerlegung der Saite in 8 gleiche Teile zu sichern und das Entstehen eines anderen Obertones als des 8. zu verhindern, ist es gut, noch einen anderen Knotenpunkt, etwa $b_2$ durch Baumwolle zu fixiren. Es kann also jetzt auf Saite II nur der

8. (oder höchstens 16.) Oberton entstehen. Man bringe nun auf Saite I durch Streichen den 8. Oberton hervor, indem man den Finger sanft in $a_1$ aufsetzt; Saite II klingt nach; Papierreiter bleiben an den Knotenpunkten sitzen, werden an anderen Stellen abgeworfen. Nun setze man den Finger in $\frac{1}{4}$ der Saite bei $b_1$ auf und streiche, so dass auf Saite I der 4. Oberton entsteht; auch jetzt klingt II nach und es scheint also, als habe der 4. Oberton auf I den 8. auf II hervorzurufen; dem ist aber nicht so: der 4. Oberton oder besser der 4. **Flageoletton** im vorliegenden Fall ist kein reiner Oberton; er ist eben einfach der Klang des vierten Teiles der Saite und enthält ausser dem 4. Oberton (seinem Grundton) auch noch den 8. (die Oktave). Dass das so ist, lässt sich auf der Stelle beweisen! Man setzt wieder den Finger leise in $b_1$ auf, streicht jetzt mit dem Bogen genau in $\frac{1}{8}$ der Saite bei $g_1$, dann kann nach dem Satze von Young der 8. Oberton gar nicht entstehen; Saite I gibt also jetzt den 4. Oberton allein; Saite II aber bleibt stumm, die Reiter bleiben an allen Stellen sitzen; der 4. Oberton auf I kann also **nicht** den 8. auf II, ein Oberton also nicht seine **höhere** Oktave hervorrufen.

Ehe ich zur Beschreibung anderer hieher gehöriger Versuche übergehe, muss ich zwei wichtige Thatsachen betonen, die sich beim eben beschriebenen Versuche deutlich zeigen und zu deren Bestätigung die demnächst zu erörternden Fälle weitere Gelegenheit bieten werden. **Eine** dieser Thatsachen lässt sich kurz so ausdrücken: Die von den Musikern mit der Bezeichnung „Flageolettöne" belegten Töne sind keine einfachen Obertöne, (wie man meist annimmt,) sondern aus mehreren Obertönen zusammengesetzte Klänge.

Es zeigte sich ja vorhin, dass der 4. Flageoletton zum mindesten aus 2 Obertönen, nämlich aus dem 4. und 8. Oberton bestehe, und zwar dokumentiert sich die Anwesenheit des 8. Obertones durch eine deutlich nachweisbare Wirkung desselben auf die sekundäre Saite. Weitere Bestätigungen dieses Satzes für andere Flageolettöne werden sich bald ergeben.

**Zum zweiten** gibt uns der eben beschriebene Versuch ein bequemes Mittel an die Hand, einen objektiven experimentellen Beweis für die in der I. Abhandlung besprochene Thatsache, dass der Bogenstrich einen Oberton auslöschen kann, wenn der Bogen einem seiner Knotenpunkte ziemlich nahe kommt, zu erbringen. Denn streicht man die Saite I genau in $\frac{1}{8}$ ihrer Länge, also bei $g_1$ so fällt der 8. Oberton aus, die Saite II, die für den 8. Oberton armiert ist, bleibt stumm, Papierreiter bleiben auf ihr sitzen. Man ändere nun die Strichstelle des Bogens in der Weise, dass man von $g_1$ aus mit dem Bogen allmählich etwas nach rechts und nach links hin abweicht; es zeigt sich, dass auch in der benachbarten Region zu beiden Seiten von $g_1$ der Bogen noch keinen Ton erzeugen kann, der auf die Saite II wirkt, d. h. dass eben der 8. Oberton auch ausbleibt, wenn der Bogen in der Nähe eines seiner Knotenpunkte wirkt. Erst wenn man sich vom Knotenpunkt $g_1$ nach beiden Seiten hin mit dem Bogen merklich entfernt hat, reagiert die Saite II auf den 8. Oberton, deutet also dessen Existenz im Klange der primären Saite an; die volle kräftige Wirkung auf Saite II erhält man erst in einer ziemlich beträchtlichen Entfernung des Bogens von $g_1$. Auf diese Weise kann man objektiv die Existenz der in

der I. Abhandlung mit **bc** bezeichneten Strecke nachweisen, und in den folgenden demnächst zu behandelnden Fällen werden sich auch für diese Thatsachen weitere Belege ergeben.

Ganz in derselben Weise, wie vorhin erhärtet wurde, das der 4. Oberton auf der Saite I nicht imstande sei, den 8. Oberton auf der zweiten Saite hervorzurufen, lässt sich auch nachweisen, dass der 2. Oberton auf I nicht fähig ist, den 8., auch nicht den 6. und 4. Oberton auf II zu erregen. Da in diesen Fällen die zuletzt erwähnten Erscheinungen und Thatsachen viel deutlicher auftreten als im vorigen Fall, da ausserdem hier einige neue bemerkenswerte Umstände zu erwähnen sind, so muss ich für diese Fälle neuerdings eine Beschreibung des Verfahrens angeben. Man armiert die Saite II zunächst wieder für den 8. Oberton, etwa hier so, dass man sie in den vier Knotenpunkten $a_2$, $b_2$, $c_2$ und $m_2$ (Fig. 7) durch untergelegte Baumwolle dämpft; in der Mitte zwischen zwei Knotenpunkten setzt man den Papierreiter auf. Saite I wird in der Mitte ($m_1$) mit dem Finger schwach berührt, so dass sie den 2. Flageoletton gibt; streicht man sie nun an beliebiger Stelle an, so wird Saite II erregt; der Reiter fällt; streicht man sie aber in $\frac{1}{8}$ der Saitenlänge bei $g_1$ an, so bleibt die Saite II stumm, der Reiter sitzt fest. Daraus folgt nicht bloss, dass der 2. Oberton den 8. nicht erregen kann, sondern, was sehr bemerkenswert ist, dass der 2. und 4. Oberton in Gemeinschaft dies nicht vermögen; denn dadurch, dass man Saite I in $\frac{1}{8}$ streicht, fällt zwar der 8., sicherlich aber nicht der 4. Oberton aus dem Flageoletton fort.

Um jetzt die Saite II für den 4. Oberton zu armieren, nimmt man die Baumwolldämpfung von den Punkten $a_2$ und $c_2$ hinweg, während diese in $b_2$ und $m_2$ verbleibt; an passender Stelle wird der Reiter aufgesetzt; indessen kann er hier auch ganz wegbleiben, da der 4. Oberton auf II so kräftig nachklingt, dass über sein Auftreten kein Zweifel entstehen kann. Saite I wird wieder in der Mitte berührt, zuerst an beliebiger Stelle getrichen und gleich darauf gehemmt; Saite II klingt deutlich nach; streicht man aber in $\frac{1}{4}$ der Saitenlänge bei $f_1$, so bleibt Saite II stumm; der zweite Oberton auf I kann also nicht den vierten auf II erregen. Genau entsprechend lässt sich der Versuch einrichten, um zu beweisen, dass der zweite Oberton auf I nicht den 6. auf II, ferner dass der 3. Oberton auf I nicht den 6. und auch nicht den 9. auf II zu erregen vermag; weitere Angaben über jedesmalige Armierung der Saite II sowie über die Strichstellen des Bogens brauche ich wohl nicht zu machen. In jedem Falle zeigt sich der an die Spitze gestellte Satz bestätigt; auch verrät sich dabei unzweifelhaft die zusammengesetzte Natur der Flageolettöne, so z. B. geht aus den eben berichteten Versuchen deutlich hervor, dass der 2. Flageoletton den 8. und 4. Oberton enthält, ebenso besitzt er den 6.; diese Teiltöne fallen jeweils hinweg, wenn man den Bogen an ihrem Knotenpunkt wirken lässt. Dadurch endlich, dass man die Strichstelle des Bogens nach beiden Seiten des Knotenpunktes hin verändert, lässt sich in allen diesen Fällen auch noch die Existenz der Strecke **bc** erweisen.

Für das Gelingen der zuletzt besprochenen Versuche, soweit dabei die tieferen Obertöne, etwa bis zum 6. inbetracht kommen, ist es notwendig, den Strich mit einiger Vorsicht, d. h. nicht übermässig stark auszuführen,

was einige Worte zur Erklärung bedarf. Bei allen diesen Versuchen ist die sekundäre Saite für einen Oberton armiert, der mit dem Flageoletton, den man auf der primären Saite erzeugt, nicht gleiche Höhe hat, d. h. die Anzahl der Unterabteilungen, in welche sich Saite II zerlegen kann, ist eine andere als diejenige, in welche sich Saite I beim Streichen wirklich zerlegt. Wird nun die letztere Saite sehr stark erregt, so sind die Baumwolldämpfungen der II. Saite nicht mehr hinreichend, eine Zerlegung dieser Saite zu verhindern, welche identisch mit derjenigen der Saite I ist. Ein Beispiel möge dies klar machen: Man armiert die sekundäre Saite für den vierten Oberton, indem man sie in $\frac{1}{4}$ ihrer Länge, also in $b_2$ (Fig. 7.) mit Baumwolle unterstützt; auf der Saite I erzeugt man den 2. Flageoletton, für welchen sich dieselbe in 2 Teile zerlegt. Obwohl sich nun Saite II nur in 4 Teile zerlegen kann, da ja Punkt $b_2$ fixiert ist, so überträgt sich doch, wenn auch sehr geschwächt, der 2. Oberton auf sie, wenn Saite I sehr stark gestrichen wird. Es reicht eben dann die Baumwollendämpfung nicht aus, das Zustandekommen des zweiten Obertones zu verhindern. Dass sich wirklich auch der zweite Oberton überträgt, lässt sich leicht nachweisen, indem man in $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ der Länge der Saite II, also in $f_2$ und $m_2$ Papierreiter setzt; jener in $f_2$ kommt stark in's Schwanken oder fällt ganz ab, während der in $m_2$ befindliche sitzen bleibt. Im Versuche aber soll und muss das Auftreten des 2. Obertones verhindert werden, da man ja gerade dem 4. Oberton allein auf die Spur kommen will. Das Auftreten des zweiten Obertones auf II wird nun dadurch ziemlich unmöglich gemacht, dass man die sämtlichen Knotenpunkte des 4. Obertones $b_2$, $m_2$ und $f_2$ durch Baumwolle fixiert; noch besser, sicherer und einfacher kommt man zum Ziele, wenn man eben den Strich auf der primären Saite nur mässig stark ausführt; es reicht dann meist eine einzige Baumwollunterlage aus, die gewünschte Dämpfung zu erzielen, und alle Erscheinungen treten dann ungetrübt und unzweideutig hervor. Ein sehr starker Strich muss überhaupt bei allen vorliegenden Untersuchungen vermieden werden, da ein solcher ja das ganze Instrument und damit auch alle Saiten und deren Abteilungen erschüttert. Wenn man ein Saiteninstrument zufällig anstösst, so klingen alle vier Saiten nach, desgleichen wenn man mit der Faust auf den Kasten eines Cello's schlägt; ähnlich muss ein sehr starker Strich auf einer Saite die übrigen Saiten erschüttern, unabhängig von dem Intervallenverhältnis, in welchem diese zur gestrichenen Saite stehen. Papierreiter werden in einem solchen Falle immer unruhig werden, es ist aber klar, dass dies dann nicht auf Uebertragung eines bestimmten Tones, sondern nur auf eine unregelmässige Erschütterung der Saite hindeutet.

Die Fälle, für welche ich so eben die Wechselwirkung zwischen primärer und secundärer Saite untersucht habe, sind dadurch charakterisiert, dass die Schwingungszahl des Obertones der II. Saite immer ein ganzes Vielfaches derjenigen der I. Saite ist. Es sind nur noch einige Worte hinzuzufügen für jene Fälle, wo das Verhältnis der Schwingungszahlen der beiden inbetracht kommenden Töne durch zwei Zahlen gegeben ist, von welchen die zweite nicht ein ganzes Vielfaches der ersten ist. Wenn man nur die Obertöne bis zum 8. inclusive berücksichtigt, so gehören hieher die Intervalle:

2 : 3, 2 : 5, 2 : 7, 3 : 4, 3 : 5, 3 : 7, 3 : 8, 4 : 5, 4 : 7,
5 : 6, 5 : 7, 5 : 8, 6 : 7, 7 : 8.

Auch für diese Fälle hat der an die Spitze gestellte Satz volle Geltung; beim experimentellen Nachweis muss übrigens ein Umstand berücksichtigt werden, der an einem Beispiel erläutert werden möge und zwar am Intervall 2 : 3. Man armiert die Saite II für den 3. Oberton und erzeugt auf Saite I den 2. Flageoletton; jetzt klingt die erstere nach, der Reiter fällt, was davon herrührt, dass der 2. Flageoletton den 6. Oberton der leeren Saite enthält, welcher sich auf die II. Saite übertragen kann, da diese sich ja in 3, also auch in 6 gleiche Teile zu zerlegen fähig ist. Um diesen 6. Oberton zu eliminieren, muss man die primäre Saite in $^1/_6$ ihrer Länge streichen, die II. Saite bleibt dann stumm, also kann der 2. Oberton auf I nicht den 3. auf II hervorrufen. Ebenso muss man, wenn beide Töne im Intervall 2 : 5 zu einander stehen, die primäre Saite streichen in dem Punkt, der durch den Bruchteil $_2\frac{1}{5}$ ihrer Länge gegeben ist, beim Intervall 2 : 7 in dem Punkte $_2\frac{1}{7}$ und so entsprechend in den übrigen Fällen. Man sieht, dass die gemeinsamen Obertöne der Klänge, welche hiebei jeweils die beiden Saiten geben können, meist in so hohen Regionen liegen, dass deren Wirkung ausser Acht kommt, und in solchen Fällen ergibt der Versuch auch ohne weitere Auswahl der Strichstelle, dass die primäre Saite nicht auf die sekundäre wirke.

Noch sind unerledigt die Fälle, in welchen der Grundton der primären Saite zu irgend einem Oberton der sekundären Saite in Beziehung tritt; diese werden indessen weiter unten (Nr. 4) von einem anderen Gesichtspunkt aus behandelt, können also hier übergangen werden. Dagegen erübrigt noch, die bisher behandelten Fälle umzukehren, das heisst nachzuweisen, dass ein Oberton auf Saite I nicht imstande ist, einen tieferen Oberton auf II hervorzurufen. Ich kann mich hier sehr kurz fassen und auf wenige Beispiele beschränken. Zunächst möge das Intervall 2 : 1 besprochen werden. Man lässt die sekundäre Saite ganz frei und erzeugt auf der primären Saite, indem man deren Mitte schwach berührt, den zweiten Flageoletton. Jetzt zerteilt sich auch die Saite II in zwei Abteilungen; ein Papierreiter in der Mitte bleibt sitzen, auch wenn die Saite I noch so stark gestrichen wird. Im Klang der sekundären Saite ist also der 1. Oberton (Grundton) nicht vorhanden, da sonst in der Mitte kein Knotenpunkt entstehen könnte. Daraus folgt aber nicht bloss, dass der 2. Oberton auf I, den 1. auf II nicht zu erregen vermöge, sondern, da ja der 2. Flageoletton auf I zusammengesetzt ist aus dem 2., 4., 6. und 8. Oberton, dass alle diese Töne in ihrer Gesamtheit nicht imstande sind, die Saite II als Ganzes in Mitschwingen zu versetzen.

Ganz in derselben Weise führt man den Beweis für die Intervalle 3 : 1, 4 : 1, 4 : 2, 5 : 1, 6 : 1, 6 : 2 u. s. w.

Soll ferner nachgewiesen werden, dass der 3. Oberton auf I den 2. auf II nicht zu erregen vermag (Intervall 3 : 2), so unterstützt man die sekundäre Saite in der Mitte mit Baumwolle, setzt den Reiter auf und erzeugt auf I den 3. Flageoletton; vorerst klingt Saite II nach. Streicht man aber I in $^1/_6$ ihrer Länge, so bleibt II stumm. Aehnlich verfährt man für die Intervalle 4 : 3, 5 : 2, 5 : 3, 5 : 4, 6 : 5 u. s. w.

Hiemit ist der an die Spitze gestellte Satz wohl nach allen Seiten hin erörtert und bewahrheitet.

3. Der Gesamtklang der (leeren) primären Saite ruft jeden Oberton, der in ihm selbst enthalten ist, auf der sekundären Saite einzeln hervor.

Zum Nachweis dieses Satzes lässt man die Saite I ganz frei, die II. dagegen wird für den Oberton armiert, dessen Uebertragung man untersuchen will. Um z. B. die Uebertragung des 5. Obertones zu erweisen, wird die sekundäre Saite in $^1/_5$ ihrer Länge mit Baumwolle gedämpft und der Reiter aufgesetzt; streicht man die freie Saite I an und hemmt sie sofort, so klingt der 5. Oberton auf II deutlich nach, der Reiter fällt. Man überzeugt sich in dieser Weise leicht, dass der Gesamtklang der primären Saite jeden Oberton bis zum 10. und noch weiter hinauf auf der II. Saite einzeln hervorzurufen imstande ist, vorausgesetzt, dass der betreffende Oberton im Gesamtklang der primären Saite auch wirklich enthalten ist. Wenn die letztere Bedingung nicht erfüllt ist, so kommt der folgende Satz zur Geltung:

4. Ein Oberton, der im Gesamtklang der primären Saite **nicht** enthalten ist, überträgt sich auch nicht auf die sekundäre Saite.

Der Nachweis hiefür wird ebenso geführt, wie im vorigen Falle, nur muss man die Strichstelle des Bogens jedesmal so auswählen, dass der Oberton, dessen Uebertragung man untersuchen will, aus dem Gesamtklang der primären Saite hinausfalle. Zum Beispiel für den 5. Oberton wird die sekundäre Saite in $^1/_5$ ihrer Länge mit Baumwolle unterstützt und der Reiter aufgesetzt; streicht man die leere Saite I zuerst an beliebiger Stelle an, so klingt Saite II kräftig nach; streicht man aber die erstere Saite in $^1/_5$ ihrer Länge, so dass der 5. Oberton aus ihrem Klange herausfällt, so bleibt die sekundäre Saite ganz stumm, der Reiter sitzt fest. Es muss indessen hier wieder daran erinnert werden, dass diese Versuche nur dann ungetrübt verlaufen können, wenn man die primäre Saite nicht zu stark streicht. Bei sehr starkem Strich kommt es leicht vor, dass die Baumwolldämpfung unter der sekundären Saite hinweggeschleudert wird, weil sich sämtliche Obertöne des Klanges der I. Saite zu übertragen suchen; dass in einem solchen Falle d. h. bei sehr kräftigem Strich der Reiter auf der II. Saite nicht ruhig bleiben kann, ist selbstverständlich. Bei mässig starkem Strich gelingen die Versuche mit aller wünschenswerten Präcision für sämtliche Obertöne; eben so gut gelingen sie, wenn man die primäre Saite, statt sie zu streichen, zupft, was sich besonders für den 2. Oberton empfiehlt, da sich der Bogen wegen der Bauart der Instrumente nicht gut in der Mitte der Saite führen lässt. Auch muss hier darauf aufmerksam gemacht werden, dass die vorliegenden Versuche besonders dazu geeignet sind, sich von der Thatsache zu überzeugen, dass der Bogen einen Oberton schon auslöscht, wenn er rechts oder links in kleiner Entfernung vom Knotenpunkt wirkt. Der Papierreiter auf der richtig armierten sekundären Saite bietet hier ein treffliches Mittel, das an Empfindlichkeit mit dem Resonator wetteifert, zu entscheiden, ob der betreffende Oberton im Klange der primären Saite vorhanden ist oder nicht. In der That beginnt

der Reiter erst sich schwach zu rühren, wenn der Bogen merklich abseits vom Knotenpunkt wirkt und man beobachtet deutlich genug, wie die Bewegung des Reiters an Intensität gewinnt in dem Masse, als man die Entfernung des Bogens vom Knotenpunkt grösser und grösser werden lässt.

Endlich darf an dieser Stelle nicht unerwähnt bleiben, dass die eben erläuterten Versuche eine Ergänzung zum Beweise des unter Ziffer 2 aufgestellten Satzes bilden; denn sie stellen fest, dass der Grundton der primären Saite nicht imstande ist, irgend einen der übrigen Obertöne auf der sekundären Saite zu erregen; ja es folgt aus diesen letzten Versuchen die merkwürdige Thatsache, dass der ganze Chorus von allen übrigen Obertönen mit Ausnahme eines einzigen nicht fähig ist, diesen einzigen auf der zweiten Saite hervorzurufen.*)

Die bisherigen Untersuchungen haben die Wechselwirkung zwischen zwei gleichgestimmten Saiten in allen einzelnen Elementen klargestellt, nur betreffs der Intensität der auf die zweite Saite übertragenen Partialtöne lassen sich nicht leicht experimentelle Messungen anstellen. Man wird übrigens mit aller Sicherheit annehmen können, dass bei der Uebertragung einer Tonmasse von der primären Saite auf die sekundäre auf der letzteren jeder Partialton mit einer Intensität auftreten muss, welcher derjenigen des Originaltones proportional ist, so dass also die Intensitätsverhältnisse unter den übertragenen Partialtönen dieselben bleiben, wie zwischen den Originaltönen. Dies als sicher vorausgesetzt, so lassen sich die Resultate der bisherigen Untersuchungen kurz in dem Satz zusammen fassen:

„Der Klang einer Saite überträgt sich auf eine zweite gleichgestimmte Saite mit allen seinen Bestandteilen und Klangeigentümlichkeiten".

Dieser Satz ist zwar genügend im Vorausgehenden begründet, trotzdem mögen einige charakteristische Beispiele von Wechselwirkung zwischen zwei ganz freien gleichgestimmten Saiten zur Illustration desselben hier Platz finden. Eine Saite, die man in der Mitte streicht oder zupft, gibt einen Klang, dem alle geradzahligen Obertöne fehlen und der daher einen eigentümlich näselnden Charakter hat. Streicht oder zupft man nun die primäre Saite kräftig in der Mitte und hemmt sie sogleich wieder, so klingt die sekundäre Saite ganz in derselben Klangfarbe weiter, sie näselt weiter. Dass in diesem Falle auch dem sekundären Klange alle geradzahligen Obertöne fehlen, lässt sich leicht zeigen. Man streicht oder zupft die primäre Saite zuerst kräftig an einer beliebigen Stelle, bringt sie rasch wieder zum Schweigen und setzt nun schnell den Finger leise auf die Mitte der sekundären Saite**); jetzt klingen die beiden Hälften dieser Saite, d. h. ihre geradzahligen Obertöne deutlich nach. Streicht (oder zupft) man aber die primäre Saite in der Mitte und verfährt, wie oben

*) Diese Thatsache bleibt mir immer auffallend; man vergleiche damit jenen Stimmgabelversuch von Helmholtz, wobei eine einzige Stimmgabel (Grundton) eine ganze Reihe von Stimmgabeln, deren Schwingungszahlen 1, 2, 3, . . . . mal so gross sind als jene der ersteren, auf elektrischem Wege erregt. (Helmholtz l. c. pag. 197 u. ff)

**) Nach einiger Uebung können diese Manipulationen schnell genug nach einander ausgeführt werden.

angegeben wurde, so bleibt die sekundäre Saite ganz stumm, woraus folgt, dass ihr Klang keinen einzigen geradzahligen Oberton enthielt.

Streicht oder zupft man die primäre Saite in $\frac{1}{3}$ ihrer Länge, so fallen der 3., 6. und 9. . . . Oberton aus dem Klange hinweg; dieselben Obertöne fehlen dann auch im Klange der sekundären Saite, was sich, wie im vorigen Falle, durch rechtzeitige Berührung derselben in $\frac{1}{3}$ ihrer Länge nachweisen lässt. Wer sich übrigens im Hören der einzelnen Obertöne vielfältig geübt hat, der wird das Fehlen eines Obertones im primären Klange leicht mit dem Gehöre wahrnehmen, und wird dasselbe sofort auch im sekundären Klange bemerken. Ein sehr hübsches und bequemes Mittel, diese Wahrnehmung für den primären Klang zu erleichtern, gibt Helmholtz*) an, und dieses lässt sich auch für den sekundären Klang sehr gut verwerten. Man streicht**) die primäre Saite, welche den Grundton c geben möge, in rhythmischer Folge nacheinander, etwa in $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ ihrer Länge; im ersten Fall fällt der zweite Oberton $c_1$ aus dem Klange hinweg, während der dritte $g_1$ vorhanden ist; im zweiten Falle bleibt dagegen $g_1$ aus, während $c_1$ erklingt. Durch Wiederholung dieses Verfahrens entsteht in den Obertönen die einfache Melodie $g_1$ $c_1$, $g_1$ $c_1$, g, $c_1$ etc. . . ., die der aufmerksame Hörer leicht herausfindet. Dieselbe Melodie wird man nun auch aus den Klängen der sekundären Saite heraushören, wenn man nach dem jedesmaligen Anschlagen der primären Saite diese sofort wieder zum Schweigen bringt, und die Aufmerksamkeit des Gehörs auf den Klang der sekundären Saite lenkt.

Ich gehe nun dazu über, die Wechselwirkung zweier Saiten zu behandeln in den Fällen, wo dieselben nicht gleich gestimmt sind, sondern beliebige Intervalle miteinander bilden. Die bisherigen Untersuchungen geben genügend sichere Anhaltspunkte, um für diese Fälle im voraus das zu erwartende Resultat angeben zu können und zwar lässt sich dasselbe in einem Satz aussprechen, der dem zuletzt über die Wechselwirkung gleichgestimmter Saiten aufgestelltem Satze genau entspricht, und der so lautet:

Haben die Klänge der beiden Saiten eine Reihe von Obertönen gemeinsam, so überträgt sich beim Spiel der primären Saite die **ganze** Gruppe der **gemeinsamen** Obertöne auf die sekundäre Saite; ist kein gemeinsamer Oberton vorhanden, so bleibt die zweite Saite stumm.

Es sollen nun im Folgenden für die am meisten vorkommenden Intervalle zunächst die den beiden Klängen gemeinsamen Gruppen von Obertönen aufgesucht und die Art der jeweils eintretenden Wirkung der einen

*) Helmholtz, l. c. pag. 92.

**) Beim Zupfen gelingt der Versuch nicht; die Obertöne der primären Saite verklingen beim Zupfen viel rascher und wirken fast nicht auf die sekundäre.

Saite auf die andere bestimmt werden. Der experimentelle Nachweis des eben ausgesprochenen Satzes lässt sich in jedem speziellen Fall nach den demnächst anzugebenden Methoden ausführen.

### I. Die Intervalle 1 : 2 und 1 : 4.
### (Oktave und Doppeloktave.)

Die eine Saite sei auf den (übrigens beliebigen) Ton c gestimmt, die andere soll die höhere Oktave $c_1$ geben, so dass sich die beiden Klänge, wenn man annimmt, dass jeder von ihnen aus 10 Obertönen bestehe, durch folgende zwei Reihen von Obertönen repräsentieren lassen:

I. $c\ c_1\ g_1\ c_2\ e_2\ g_2\ b_{2(-)}\ c_3\ d_3\ e_3$.
II. $c_1\ c_2\ g_2\ c_3\ e_3\ g_3\ b_{3(-)}\ c_4\ d_4\ e_4$.

Man sieht, dass die beiden Klänge eine Gruppe von fünf Obertönen, nämlich die Gruppe ($c_1\ c_2\ g_2\ c_3\ e_3$) gemeinsam haben. Dieselbe enthält aus dem tieferen Klange die geradzahligen Obertöne, während sie die fünf ersten Obertöne des höheren Klanges umfasst, so dass wir diese gemeinsame Gruppe durch die Ordnungszahlen ihrer Obertöne für die beiden Saiten so ausdrücken können:

I. (2, 4, 6, 8, 10).
II. (1, 2, 3, 4, 5).

Daraus folgt sogleich, dass die Wechselwirkung zwischen den beiden Saiten verschieden ausfallen wird, je nachdem die tiefere oder die höhere Saite als die gestrichene (primäre) fungiert. Wird die tiefere Saite I gestrichen, so werden dadurch die fünf ersten Obertöne auf II erregt, d. h. die ganze Saite II wird sich mit ihren fünf ersten Obertönen am Mitschwingen beteiligen; ist aber die höhere Saite die gestrichene, so werden auf I nur geradzahlige Obertöne erregt, und da diese alle in der Mitte einen Knotenpunkt haben, so folgt, dass die Saite I nicht als Ganzes mitschwingen kann, sondern sich in zwei Hälften zerlegen muss.

Um die Wechselwirkung dieser beiden Saiten experimentell zu prüfen, wird man entweder zwei eigene passende Saiten auf das Instrument (Cello) aufziehen und so stimmen, dass sie eine Oktave bilden, oder man kann gleich die gewöhnliche Besaitung des Instrumentes benützen und etwa die A Saite um einen Ton tiefer auf g stimmen, so dass sie mit der G Saite eine Oktave gibt; endlich kann man sich auch eine beliebige Oktave auf irgend zwei Saiten des Instrumentes verschaffen, indem man an den entsprechenden Stellen passende Korkstücke über die Saiten bindet in einer Weise, wie dies in der II. Abhandlung beschrieben wurde. Für jeden Fall müssen aber die beiden anderen Saiten des Instrumentes entweder ganz entfernt oder durch Baumwolle in mehreren Punkten stark gedämpft werden, da sonst deren Mitklingen sich bei den auszuführenden Versuchen einmischen und diese stören würde. Man kann sich nun zunächst überzeugen, dass die oben für die Wechselwirkung zweier gleich gestimmter Saiten aufgestellten vier Sätze in aller Strenge hier für die gemeinsame Gruppe von Obertönen gelten, d. h. jeder dieser Obertöne ruft den gleichen auf der sekundären Saite und keinen anderen hervor. Die Versuche, um dieses nachzuweisen, werden genau so wie in den früheren Fällen erörtert wurde.

behandelt und brauche ich an dieser Stelle hierüber nichts weiter mehr zu sagen. Die ganze Reihe von Versuchen muss aber doppelt ausgeführt werden, da einmal die tiefere Saite zu streichen und deren Wirkung auf die höhere zu prüfen ist, dann aber auch die höhere Saite als primäre behandelt werden muss. In beiden Fällen gelang mir der Nachweis, dass sich die ganze Gruppe der gemeinsamen Obertöne auf die jeweilige sekundäre Saite überträgt. Für den vorliegenden Fall speziell charakteristisch sind zwei Versuche, auf die hier noch aufmerksam gemacht werden möge. Streicht man die höhere der beiden Saiten an und bringt sie sofort wieder zum Schweigen, so klingt die tiefere kräftig nach; sie soll aber nach der weiter oben gemachten Bemerkung in der Mitte einen Knotenpunkt erhalten. In der That nimmt man schon mit blossem Auge denselben sehr deutlich wahr, er lässt sich aber noch besser durch den Reiter nachweisen, welcher in der Mitte fest sitzt, auch wenn man die höhere Saite noch so kräftig streicht. Ferner lässt sich sehr schön nachweisen, dass nur die geradzahligen Obertöne der tieferen Saite auf die höhere wirken; streicht man die erstere an beliebiger Stelle, so klingt die zweite höhere Saite kräftig nach und zwar schwingt sie deutlich als Ganzes ohne Knotenpunkt; streicht man aber die tiefere Saite in der Mitte, so dass alle geradzahligen Obertöne aus ihrem Klange fortfallen, so tritt nicht die mindeste Wirkung auf die zweite Saite ein, diese bleibt stumm.

An den eben behandelten Fall der Oktave lässt sich wohl passend jener der Doppeloktave anschliessen; vermehrt man in der oben angegebenen Reihe der Obertöne des höheren Klanges (II) die Indices aller Obertöne je um 1, so erhält man die höhere Doppeloktave des ersten Klanges. Diese beiden Klänge stimmen noch in zwei Obertönen ($c_2$, $c_3$) überein; die gemeinsame Gruppe lässt sich für jede einzelne Saite, wie folgt, ausdrücken:

Grundton: (4, 8).

Doppeloktave: (1, 2).

Verschafft man sich in der schon mehrfach besprochenen Weise zwei Saitenstücke, deren Intervall 1 : 4 ist, so lässt sich die gegenseitige Uebertragung der einzelnen Obertöne sowie der ganzen Gruppe von der tieferen auf die höhere Saite und auch umgekehrt nachweisen. Wird die höhere Saite gestrichen, so zerlegt sich die tiefere in vier gleiche Teile, was durch aufgesetzte Reiter sehr schön gezeigt werden kann; streicht man die tiefere Saite in $\frac{1}{4}$ ihrer Länge, so bleibt die höhere Saite vollständig stumm.

### II. Intervalle 2 : 3 und 1 : 3.

(Quinte und Duodecime.)

Zwei Klänge, welche eine Quinte bilden, lassen sich durch folgende zwei Reihen von Obertönen darstellen:

I. c $c_1$ $g_1$ $c_2$ $e_2$ $g_2$ $b_{2(-)}$ $c_3$ $d_3$ $e_3$.

II. g $g_1$ $d_2$ $g_2$ $h_2$ $d_3$ $f_{3(-)}$ $g_3$ $a_3$ $h_3$.

Hieraus ergeben sich als den beiden Klängen gemeinsam die drei Obertöne ($g_1$ $g_2$ $d_3$); für jede Saite lässt sich diese gemeinsame Gruppe durch die Ordnungszahlen der Obertöne ausdrücken wie folgt:

I. (3, 6, 9).

II. (2, 4, 6).

Da die leeren Saiten der Violine, Viola und des Cello's in Quinten gestimmt sind, so lassen sich an allen diesen Instrumenten bequem und in mehrfacher Weise die Versuche für den Nachweis der Uebertragung sowohl der einzelnen Obertöne sowie der Gruppe als Ganzen von der tieferen auf die höhere Saite und in umgekehrter Weise ausführen.

Das Mitklingen sowohl der höheren wie der tieferen Saite tritt in allen Fällen sehr energisch ein; doch fand ich die Wirkung der tieferen Saite auf die höhere meistens etwas kräftiger, als die umgekehrte, was wohl so zu erklären ist:

Die Gruppe (3, 6, 9) erfordert bei gleicher Saitenlänge eine Zerlegung der Saite in kleinere Teile, ist also auch schwieriger hervorzurufen, als die der höheren Saite zugehörige Gruppe (2, 4, 6).

Für den vorliegenden Fall sind folgende Versuche charakteristisch: Die Gruppe (2, 4, 6) bewirkt eine Zerlegung der Saite in zwei Hälften; streicht man also die tiefere Saite, so bekommt die höhere Saite einen Knotenpunkt in der Mitte; der Versuch bestätigt dies. Dagegen setzt die Gruppe (3, 6, 9) eine Dreiteilung der Saite voraus; streicht man die höhere Saite, so hat die tiefere Saite zwei Knotenpunkte in $^1/_3$ und $^2/_3$ ihrer Länge, was sich wieder durch den Reiter erweisen lässt. Endlich ist leicht zu erklären und durch den Versuch zu zeigen, dass die tiefere Saite, wenn sie in $^1/_3$ ihrer Länge gestrichen wird, nicht auf die höhere wirkt, umgekehrt lässt die höhere Saite, wenn sie in der Mitte gestrichen wird, die tiefere unerregt.

Erhöht man für den Klang II (den höheren) die sämtlichen Indices der Obertöne um 1, so erhält man das Intervall 1 : 3 oder die Duodezime. Diese beiden Klänge haben wieder die Gruppe ($g_1$ $g_2$ $d_3$) gemeinsam, welche sich aber für die beiden Saiten diesmal so verteilt:

Grundton (3 6 9)
Duodecime (1 2 3)

Nachweis wie in allen bisherigen Fällen. Das Mitklingen sehr deutlich und kräftig. Die höhere Saite schwingt als ein Ganzes, die tiefere dagegen zerlegt sich, wie im Fall der Quinte, in drei Teile, in einem Drittel ihrer Länge gestrichen wirkt die tiefere Saite nicht auf die höhere.

Um bei der Behandlung der noch folgenden Intervalle unnötige Wiederholungen zu vermeiden, wird es genügen, dieselben kurz und schematisch zu behandeln.

### III. Intervall 3 : 4.
(Quarte.)

Grundklang: c $c_1$ $g_1$ $c_2$ $e_2$ $g_2$ $b_2$ (-) $c_3$ $d_3$ $e_3$
Quarte: f $f_1$ $c_2$ $f_2$ $a_2$ $c_3$ $es_3$ (-) $f_3$ $g_3$ $a_3$.
Gemeinsame Gruppe: ($c_2$ $c_3$).
Auf der tieferen Saite: (4, 8)
Auf der höheren Saite: (3, 6).

Versuche, wie in den bisherigen Fällen. Das Mitklingen ist für das Gehör noch sehr laut und deutlich wahrnehmbar. Die tiefere Saite hat beim Mitklingen drei Knotenpunkte, die höhere deren zwei. Die tiefere Saite wirkt demnach nicht auf die höhere, wenn sie in $^1/_4$ ihrer Länge

erregt wird; die höhere dagegen lässt, in $^1/_3$ ihrer Länge gestrichen, die tiefere unerregt.

IV. Intervall 3 : 5.

(Grosse Sext.)

Grundklang: c $c_1$ $g_1$ $c_2$ $e_2$ $g_2$ $b_2(-)$ $c_3$ $d_3$ $e_3$.
Grosse Sext: a $a_1$ $e_2$ $a_3$ $cis_3$ $e_3$ $g_3(-)$ $a_3$ $h_3$ $cis_4$.
Gemeinsame Gruppe ($e_2$ $e_3$).
Auf der tieferen Saite: (5, 10)
Auf der höheren Saite: (3, 6)

Auch in diesem Falle ist das Mitklingen noch sehr deutlich mit dem Gehör wahrzunehmen. Die tiefere Saite zerlegt sich beim Mitklingen in fünf gleiche Teile, die höhere in drei. Dem entsprechend wirkt die tiefere Saite, in $^1/_5$ gestrichen, nicht auf die höhere, und diese, in $^1/_3$ gestrichen, nicht auf die tiefere.

V. Intervalle 4 : 5, 2 : 5 und 1 : 5.

(Grosse Terz, grosse Decime etc.)

Grundklang: c $c_1$ $g_1$ $c_2$ $e_2$ g $b_2(-)$ $c_3$ $d_3$ $e_3$.
Grosse Terz: e $e_1$ $h_1$ $e_2$ $gis_2$ $h_2$ $d_3(-)$ $e_3$ $fis_3$ $gis_3$.
Gemeinsame Gruppe: ($e_2$ $e_3$).
Auf der tieferen Saite: (5, 10).
Auf der höheren Saite: (4, 8).

Das Mitklingen findet, wenn die Saiten rein gestimmt sind, sehr deutlich hörbar statt; die tiefere Saite zerlegt sich, wie im vorigen Falle, in fünf, die höhere in vier gleiche Teile. Das Ausbleiben der Wechselwirkung beider Saiten tritt ein, wenn die tiefere Saite in $^1/_5$, die höhere in $^1/_4$ ihrer Länge gestrichen wird.

Bemerkenswert ist hier der Umstand, dass der tiefere Klang den Ton $d_3$, der höhere den Ton $d_3(-)$ besitzt; diese beiden Obertöne sind nicht identisch, sondern bilden ein Intervall, das sich leicht bestimmen lässt. Setzt man die Schwingungszahl des Grundtones c = 1, so ist diejenige des Tones $d_3$, welcher der 9. Oberton ist = 9; der Grundton e des zweiten Klanges hat als grosse Terz von c die Schwingungszahl $\frac{5}{4}$, demnach hat $d_3(-)$, welches der 7. Oberton des zweiten Klanges ist, die Schwingungszahl $\frac{5}{4} \cdot 7 = \frac{35}{4}$. Das Intervall $d_3 : d_3(-)$ ist demnach $= 9 : \frac{35}{4} = 36 : 35$, ist also ziemlich bedeutend, so dass der eine Ton den andern auf der sekundären Saite nicht wird hervorrufen können. Inderthat überzeugte mich der Versuch, dass $d_3$ nicht die mindeste Wirkung auf die höhere Saite ausübt, auch wenn diese letztere für den Ton $d_3(-)$ armiert wird. Nur bei sehr unreiner Stimmung der beiden Saiten, wobei entweder die tiefere zu tief, oder die höhere zu hoch klingt, könnten diese beiden Obertöne sich gegenseitig hervorrufen; in diesem Falle würde aber die Hauptgruppe ($e_2$ $e_3$) sehr schlecht übertragen werden.

Die grosse Decime (2 : 5) erhält man, indem man von dem oben angegebenen zweiten Klang die nächst höhere Oktave nimmt; es findet sich als gemeinsame Gruppe wieder ($e_2$ $e_3$) und zwar auf der tieferen Saite (5, 10) auf der höheren (2, 4).

Erhöht man den höheren Klang der grossen Terz um zwei Oktaven, so entsteht das Intervall 1 : 5 (zwei Oktaven + grosse Terz). Die gemeinsame Gruppe bleibt ($e_2$ $e_3$), auf der tieferen Saite (5, 10), auf der höheren (1, 2).

In beiden zuletzt erwähnten Fällen ist das Mitklingen sehr deutlich hörbar; allerdings wirkt die tiefere Saite meist viel kräftiger auf die höhere, als die letztere rückwärts.

### VI. Intervall 5 : 6.

(Kleine Terz.)

Grundklang: c $c_1$ $g_1$ $c_2$ $e_2$ $g_2$ $b_2(-)$ $c_3$ $d_3$ $e_3$.
Kleine Terz: es $es_1$ $b_1$ $cs_2$ $g_2$ $b_2$ $des_3(-)$ $es_3$ $f_3$ $g_3$.

Diese beiden Klänge haben nur mehr einen einzigen Oberton $g_2$ gemeinsam. Der Ton $b_2(-)$ des tieferen Klanges bildet mit dem $b_2$ des höheren das Intervall 35 : 36. Für diese beiden Obertöne gelten also die vorhin bei Nr. V über dasselbe Verhältnis angeführten Bemerkungen. Ich finde im vorliegenden Fall die Wirkung der einen Saite auf die andere ziemlich schwach, obschon sie sich auch noch mit dem Gehöre wahrnehmen lässt.

### VII. Die übrigen Intervalle.

Ich fasse in der folgenden Tabelle alle übrigen Intervalle, in welchen bloss ein gemeinsamer Oberton auftritt, zusammen; dabei ist c immer als Grundklang angenommen und jene verminderten oder übermässigen Intervalle, welche durch die Zahl 7 sich ausdrücken, sind ganz übergangen.

| Intervalle | Notation des höheren Klanges | Numer des gemeinsamen Obertones auf der | |
|---|---|---|---|
| | | tieferen Saite | höheren Saite |
| Zwei Oktaven + Quinte . | $g_2$ | 6 | 1 |
| Drei Oktaven . . . . . | $c_3$ | 8 | 1 |
| Oktave + Quarte (Undecime) | $f_1$ | 8 | 3 |
| Kleine Sext . . . . . | as | 8 | 5 |
| Kleine Septime . . . . | b | 9 | 5 |
| Sekunde . . . . . | d | 9 | 8 |
| Oktave + grosse Sext . | $a_1$ | 10 | 3 |

In den ersten drei Fällen, die in dieser Tabelle aufgeführt sind, ist der gegenseitige Einfluss der beiden Saiten noch merklich; dagegen muss ich gestehen, dass es mir in den letzten vier Fällen schwer wurde, den gemeinsamen Oberton noch für das Gehör nachzuweisen; die Hauptschwierigkeit besteht bei den schlecht consonierenden Intervallen darin, die Stimmung so rein zu treffen, dass diese gemeinsamen Obertöne auch wirklich an Höhe identisch werden; eine richtige kleine Sext oder Sekunde ist viel schwieriger abzustimmen, als eine richtige Quinte.

Indessen gelang es mir mit einiger Mühe auf zwei ganz freien Saiten des Cello die coincidierenden Obertöne auch in diesen Fällen noch hörbar

zu machen; natürlich musste dabei die tiefere Saite an einer Stelle gestrichen werden, dass auch wirklich 10 Obertöne in ihrem Klang auftreten konnten. Dagegen blieben die Wirkungen häufig ganz aus, wenn eine oder beide Saiten mit dem Finger oder durch den Kork verkürzt waren. Ich werde daher die letzten vier Fälle als unsicher ganz unberücksichtigt lassen; in allen übrigen besprochenen Fällen ist dagegen eine Wirkung der einen Saite auf die andere nicht bloss mit dem Reiter nachweisbar, sondern immer auch mit dem Gehöre wahrnehmbar, ja diese Wirkung erreicht bei den consonierenden Intervallen eine sehr beträchtliche Stärke. Ich habe diese sämtlichen Intervalle, für welche eine solche Wechselwirkung beider Saiten unzweifelhaft eintritt, mit den zugehörigen Gruppen von coincidierenden Obertönen in folgender Tabelle zusammengestellt.

| Intervalle | Notation | Numern der coincidierenden Obertöne auf der | |
|---|---|---|---|
| | | tieferen Saite | höheren Saite |
| Prime . . . . . | c | alle | alle |
| Oktave . . . . . | $c_1$ | 2, 4, 6, 8, 10 | 1, 2, 3, 4, 5 |
| Quinte . . . . . | g | 3, 6, 9 | 2, 4, 6 |
| Duodecime . . . . . | $g_1$ | 3, 6, 9 | 1, 2, 3 |
| Doppeloktave . . . . . | $c_2$ | 4, 8 | 1, 2 |
| Quarte . . . . . | f | 4, 8 | 3, 6 |
| Grosse Sext . . . . | a | 5, 10 | 3, 6 |
| Grosse Terz . . . . . | e | 5, 10 | 4, 8 |
| Decime . . . . . | $e_1$ | 5, 10 | 2, 4 |
| Zwei Oktaven + grosse Terz | $e_2$ | 5, 10 | 1, 2 |
| Zwei Oktaven + Quinte . | $g_2$ | 6 | 1 |
| Kleine Terz . . . . . | es | 6 | 5 |
| Dreifache Oktave . . . | $c_3$ | 8 | 1 |
| Oktave + Quarte . . . | $f_1$ | 8 | 3 |

Zunächst muss ich hier eine Bemerkung beifügen über den 9. und 10. Oberton, welche in verschiedenen Gruppen dieser Tabelle aufgenommen sind. Nach den früheren Untersuchungen (Abhandlung II) sind im Klange einer gestrichenen Saite der 9. und 10. Oberton in der Regel gar nicht enthalten. Trotzdem musste ich sie hier aufnehmen aus einem Grunde, den ich am besten an dem Beispiele der Duodecime erläutere. Wird die tiefere Saite gestrichen, so wird der 9. Oberton durch den Strich meist ausgelöscht, es werden also auch auf der höheren Saite nur zwei Töne der coincidierenden Gruppe, der 1. und 2. Oberton erregt werden. Wenn dagegen die höhere Saite gestrichen wird, so sind in deren Klang gewiss die drei Obertöne (1, 2, 3) vorhanden und es ist dann auch nicht das mindeste Hindernis gegeben, welches das Zustandekommen der ganzen Gruppe (3, 6, 9) auf der höheren Saite vereiteln sollte, da ja diese ganz frei ist; in diesem Falle kann sich die übertragene Gruppe sogar aus vier Obertönen zusammensetzen, denn auf der höheren Saite entsteht beim Strich sicher die Gruppe (1, 2, 3, 4); dieser entspricht auf der tieferen Saite die coincidierende Gruppe

(3, 6, 9, 12). Da nun auf einer sonst freien Saite der 12. Oberton noch entstehen kann, so ist die Uebertragung der sämtlichen vier Obertöne möglich. In dieser Weise sind die übrigen hieher gehörigen Fälle der Tabelle aufzufassen. Diejenigen coincidierenden Gruppen, welche aus zwei Obertönen bestehen, werden, wenn die tiefere Saite gestrichen wird, sich meist auf einen einzigen Oberton reduzieren, aber dieser hat dann immer eine so niedrige Ordnungszahl, dass er sicher im primären Klang stark auftritt und auch allein kräftig auf die höhere Saite wirkt. In den zuletzt aufgeführten Fällen der Tabelle, wo nur ein gemeinsamer Oberton vorhanden ist, wird allerdings die Wirkung etwas schwach sein und bei nicht ganz reinem Intervalle auch wohl ganz ausbleiben. Aber bei guten Spielern kann man gewiss immer auch ein fein ausgebildetes Gehör voraussetzen und annehmen, dass sie die Intervalle richtig treffen; dann wird aber auch in allen Fällen, welche in der Tabelle verzeichnet sind, eine merkliche Wirkung auf die sekundäre Saite eintreten.

Mit dieser Tabelle ausgerüstet, konnte ich nun der eingangs dieser Abhandlung gestellten Aufgabe näher treten, nämlich zu untersuchen, in welcher Breite und Häufigkeit die Erscheinung des Mitklingens bei den Streichinstrumenten auftrete; zu diesem Zwecke waren jene Fälle herauszusuchen und zusammenzustellen, in welchen beim Spielen eines Instrumentes die gestrichene Saite auf eine der übrigen Saiten wirkt, d. h diese zum hörbaren Mitklingen veranlasst. Das wird in allen jenen Fällen geschehen, wo der angespielte Klang mit dem Klang einer der leeren Saiten eines jener Intervalle bildet, die in der vorstehenden Tabelle aufgeführt sind. Es ist gleichgiltig, für welches von den drei nach Quinten gestimmten Saiteninstrumenten diese Untersuchung durchgeführt wird; ich habe derselben die Skala der Violine zugrunde gelegt.

Man nehme an, dass alle Klänge der chromatischen Skala auf der Violine der Reihe nach gespielt werden; jeder dieser Klänge wird auf einer gewissen Saite erzeugt, während die drei übrigen Saiten frei sein sollen, wie das beim Spielen der Streichinstrumente in den weitaus meisten Fällen zutrifft, wenn nicht Doppelgriffe oder Accorde gespielt werden oder der Technik des Spieles zuliebe mehrere Saiten zugleich niedergedrückt werden. Für jeden gespielten Klang bestimmte ich die drei Intervalle, die er mit den drei übrigen leeren Saiten bildet; ist darunter ein Intervall, welches in der obigen Tabelle verzeichnet ist, so wird die betreffende leere Saite durch den gespielten Klang zum Mitklingen gezwungen, und die Tabelle gibt auch gleich darüber Aufschluss, wieviele Obertöne auf dieser leeren Saite sich am Mitklingen beteiligen werden. Die Resultate dieser Untersuchung sind in der nachstehenden Tabelle übersichtlich zusammengestellt; in dieselbe sind nur jene Klänge aufgenommen, welche eine oder mehrere der freien Saiten zum Mitklingen erregen können, dagegen diejenigen, denen eine solche Wirkung nicht zukommt, einfach weggelassen. Die Tabelle habe ich, den vier Saiten des Instrumentes entsprechend, in vier Abteilungen zerlegt; auf jeder einzelnen Saite wurden vom Grundklang an gerechnet die sämtlichen innerhalb einer Oktave liegenden Klänge inbetracht gezogen, so dass auch ein Teil der in höheren Lagen (Applikatur) zu greifenden Klänge mit aufgenommen ist; diese Klänge kommen dann

natürlich in der der nächst höheren Saite angehörigen Abteilung noch einmal vor, wo aber ihre Wirkung auf die leeren Saiten sich meist wieder anders darstellt. Auf der E Saite wurde die Reihe der Klänge noch etwas über die Oktave hinauf fortgesetzt. Die jedesmal mitklingenden Obertöne der freien Saiten sind in den entsprechenden Vertikalreihen durch ihre Ordnungszahlen angegeben. Zugleich sind in der letzten Vertikalreihe die Ordnungszahlen der coincidierenden Obertöne des primären, d. h. des gespielten Klanges beigefügt. Für diesen letzteren brachte ich in den unteren Partieen einer jeden Saite 8 Obertöne, in den höheren, wo dieselbe durch den Finger schon beträchtlich verkürzt ist, nur mehr 6 Obertöne in Anschlag, wodurch den Resultaten der II. Abhandlung einigermassen Rechnung getragen ist. Ein demnächst zu behandelndes Beispiel wird die Auffassung der Tabelle noch des weiteren erklären.

## I. Klänge auf der G Saite.

| Primärer Klang | Numern der mitklingenden Obertöne auf der | | | Numern der im primären Klang coincidierenden Obertöne |
|---|---|---|---|---|
| | E Saite | A Saite | D Saite | |
| g | — | — | 2, 4 | 3, 6 |
| a | 1, 2 | 1, 2, 3, 4 | 3, 6 | 2, 3, **4, 6, 8** |
| b | — | — | 4 | 5 |
| h | 3 | — | 5 | 6, 8 |
| $c_1$ | 2 | 3 | — | **5** |
| $d_1$ | — | 2, 4 | 1, 2, 3, 4, 5, 6 | 1, 2, **3**, 4, 5, **6** |
| $e_1$ | 1, 2, 3 | 3 | — | 2, **4**, 6 |
| $f_1$ | — | 4 | 6 | **5** |
| $fis_1$ | — | 5 | 5, 10 | 4, 6 |
| $g_1$ | 3 | — | 4, 8 | 3, 5, 6 |

## II. Klänge auf der D Saite.

| Primärer Klang | Numern der mitklingenden Obertöne auf der | | | Numern der im primären Klang coincidierenden Obertöne |
|---|---|---|---|---|
| | E Saite | A Saite | G Saite | |
| $d_1$ | — | 2, 4 | 3, 6, 9 | 2, 3, 4, **6** |
| $e_1$ | 1, 2, 3, 4 | 3, 6 | 5, 10 | 2, 3, **4, 6, 8** |
| $f_1$ | — | 4 | — | 5 |
| $fis_1$ | — | 5 | — | **6** |
| $g_1$ | 3 | — | 2, 4, 6, 8, 10 | 1, 2, 3, 4, **5** |
| $a_1$ | 2, 4 | 1, 2, 3, 4, 5, 6 | — | 1, 2, **3**, 4, 5, **6** |
| $h_1$ | **3, 6** | — | 5 | 2, **4** |
| $c_2$ | 4 | 6 | 8 | 3, **5** |
| $cis_2$ | 5 | 5 | — | 4, 6 |
| $d_2$ | — | 4, 8 | 3, 6, 9 | 1, 2, 3, 6 |

## III. Klänge auf der A Saite.

| Primärer Klang | Numern der mitklingenden Obertöne auf der E Saite | D Saite | G Saite | Numern der im primären Klang coincidierenden Obertöne |
|---|---|---|---|---|
| $a_1$ | **2**, 4 | 3, 6, 9 | — | 2, 3, 4, **6** |
| $h_1$ | 3, 6 | 5, 10 | 5, 10 | 2, 3, **4**, 6, 8 |
| $c_2$ | 4 | — | 8 | 3, 5 |
| $cis_2$ | 5 | — | — | 6 |
| $d_2$ | — | 2,4,6,8,10 | 3, 6, 9 | **1**, **2**, **3**, 4, 5 |
| $e_2$ | 1,2,3,4,5,6 | — | — | 1, 2, 3, 4, 5, 6 |
| $fis_2$ | — | 5, 10 | — | 2, 4 |
| $g_2$ | 6 | 8 | 4, 8 | 1, 2, 3, 5 |
| $gis_2$ | 5 | — | — | 4 |
| $a_2$ | 4 | 3, 6, 9 | — | 1, 2, **3** |

## IV. Klänge auf der E Saite.

| Primärer Klang | Numern der mitklingenden Obertöne auf der A Saite | D Saite | G Saite | Numern der im primären Klang coincidierenden Obertöne |
|---|---|---|---|---|
| $e_2$ | 3, 6, 9 | — | — | 2, 4, 6 |
| $fis_2$ | 5, 10 | 5, 10 | — | 2, 3, 4, 6 |
| $g_2$ | — | 8 | 4, 8 | 1, 2, 3 |
| $a_2$ | 2,4,6,8,10 | 3, 6, 9 | — | **1**, **2**, **3**, 4, 5 |
| $h_2$ | — | — | 5, 10 | 1, 2 |
| $cis_3$ | 5, 10 | — | — | 2, 4 |
| $d_3$ | 8 | 4, 8 | 6 | **1**, 2, 3 |
| $e_3$ | 3, 6, 9 | — | — | 1, 2, 3 |
| $fis_3$ | — | 5, 10 | — | 1, 2 |
| $g_3$ | — | — | 8 | 1, |
| $a_3$ | 4, 8 | 6 | — | **1**, 2 |

Ich greife den Klang $e_1$ heraus, um an ihm die vorstehende Tabelle nach allen Seiten hin zu erläutern. Dieser Klang kann auf der G Saite gegriffen werden, dann sind die D, A und E Saite frei; $e_1$ bildet mit dem Klang $d_1$ der ersteren Saite eine Sekunde, hier sind also keine wirksamen Obertöne gemeinsam; dagegen bildet $e_1$ mit dem Klang $a_1$ der leeren A Saite eine Quarte und es coincidiert die Gruppe (4, 8) des tieferen Klanges $e_1$ mit der Gruppe (3, 6) von $a_1$. Endlich bildet $e_1$ mit dem Klang $e_2$ der leeren E Saite eine Oktave, also stimmt die Reihe (2, 4, 6, 8, 10) des ersteren Klanges mit der Reihe (1, 2, 3, 4, 5) von $e_2$ überein. Demnach coincidieren überhaupt die Obertöne (2, **4**, 6, **8**, 10) mit den

beiden Gruppen (3, 6) auf A und (1, 2, 3, 4, 5) auf E; ich habe hier die beiden Ordnungszahlen 4, 6 in der primären Gruppe stärker markiert, um damit anzudeuten, dass für diese beiden Obertöne zwei Coinzidenzen existieren, nämlich mit (3, 6) auf A und mit (2, 4) auf E. Da nun aber der Klang $e_1$, wenn er auf der G Saite erzeugt wird, schon eine bedeutende Verkürzung dieser Saite voraussetzt, so dass man annehmen kann, dass beim Streichen höchstens noch 6 Obertöne ansprechen, so fallen in der Gruppe dieses Klanges die Numern 8 und 10, bei den coinzidierenden Gruppen aber entsprechend für die A Saite die Numer 6, für E die Numern 4 und 5 hinweg und es stellen sich endlich die Coinzidenzverhältnisse so, wie sie am entsprechenden Orte in der I. Abteilung der vorstehenden Tabelle angegeben sind.

Der Klang $e_1$ kann aber auch auf der D Saite gegriffen werden, dann sind die G, A und E Saite frei; $e_1$ bildet jetzt mit dem Klang g der leeren G Saite eine grosse Sexte, während die Intervalle inbezug auf die A und E Saite dieselben bleiben wie vorhin. Zu den vorher angegebenen gemeinsamen Gruppen treten also noch die der grossen Sexte entsprechenden Gruppen (5, 10) für den tieferen Klang g, (3, 6) für den primären Klang $e_1$. Ausserdem ist hier zu beachten, dass $e_1$ als der zweite Klang der D Saite nur eine geringe Verkürzung der leeren Saite erfordert, so dass man annehmen kann, dass 8 Obertöne den Klang bilden helfen. Daher ergeben sich als coinzidierende Gruppen: (2, 3, **4**, **6**, **8**) für den primären Klang $e_1$, (5, 10) auf der G Saite, (3, 6) auf A und (1, 2, 3, 4) auf der E Saite, und so sind auch die Coinzidenzverhältnisse für den Klang $e_1$ in der II. Abteilung der Tabelle eingetragen. In dieser Weise ist die ganze Tabelle aufgestellt worden und auch aufzufassen.

Ueberblickt man nun diese Tabelle etwas genauer, so zeigt sich zuvörderst, dass das Mitklingen der freien Saiten auf Streichinstrumenten nicht etwa bloss in vereinzelten Fällen eintrete, sondern dass dasselbe für die meisten und die am häufigsten vorkommenden Klänge der Skala stattfinde; ausgenommen sind nur der Mehrzahl nach die durch die Vorzeichen ♯ und b bestimmten Klänge der chromatischen Skala. Als eine bedeutsame Thatsache ist ferner zu konstatieren, dass in sehr vielen Fällen nicht bloss eine einzige freie Saite, sondern deren zwei, ja in mehreren Fällen sogar alle drei freien Saiten zum Mitklingen veranlasst werden; dabei beteiligt sich am Mitklingen auf jeder Saite nicht bloss ein einziger Oberton, sondern meistens eine Gruppe von mehreren Obertönen. Es kann nun aber gar keinem Zweifel unterliegen, dass in allen diesen Fällen, wo ein Mitklingen stattfindet, der primäre Klang eben durch dieses Mitklingen der coincidierenden Obertöne der übrigen Saiten in einzelnen Teilen verstärkt und vervollkommnet wird, so dass die Erscheinung des Mitklingens die meisten Klänge des Instrumentes in günstigem Sinne beeinflusst, also auch überhaupt eine gewisse Bedeutung für die Klangfarbe der Streichinstrumente besitzt. Denn in allen Fällen, die ich in die Tabelle aufgenommen habe, lässt sich durch den Versuch nachweisen, dass, nachdem die primäre Saite angespielt und wieder zum Schweigen gebracht wurde, die sekundäre Saite

deutlich hörbar nachklinge; aber diese Saite klingt offenbar nicht bloss nach, sondern sie klingt noch viel kräftiger mit, während die primäre Saite gespielt wird; die Bestandteile des sekundären Klanges addieren sich demnach zu den coincidierenden Bestandteilen des primären, und verstärken also den letzteren.

Man kann sich von dieser Verstärkung des primären Klanges am deutlichsten überzeugen in jenen günstigen Fällen, wo alle drei übrigen Saiten kräftig zum Mitklingen erregt werden; dies findet z. B. statt, wenn auf der G Saite der Klang a erzeugt wird; die drei übrigen Saiten klingen dabei kräftig mit und verstärken den Hauptklang in ganz auffallender Weise; wenn man nachträglich die drei übrigen Saiten mit den entsprechenden Fingern belastet oder mit Baumwolle dämpft, so dass das Mitklingen nicht mehr eintreten kann, so merkt man deutlich, dass jetzt der primäre Klang sehr empfindlich an Kraft und Wohlklang eingebüsst hat. Eine andere hieher gehörige Thatsache ist jedem Streichinstrumentalisten bekannt: wenn eine Saite reisst, so werden dadurch gewisse Klänge der übrigen Saiten merklich geschwächt; es sind das eben diejenigen, welche sonst ein Mitklingen der jetzt fehlenden Saite verursachen. Noch deutlicher tritt diese Erscheinung ein, wenn zwei oder drei Saiten fehlen; die meisten Klänge der noch vorhandenen Saite klingen dann leerer und ärmer, als bei voller Besaitung. Alle erwähnten Thatsachen bestätigen, dass das Mitklingen der freien Saiten die Klangverhältnisse der gespielten Klänge günstig beeinflusst und dies wird um so mehr stattfinden, je reiner die leeren Saiten gestimmt sind und je richtiger die primären Klänge gegriffen werden. Bei Spielern, welche sich im Spiel mehr an die temperierte Stimmung halten, was bei guten Steichinstrumentalisten wohl selten der Fall ist, wird das Mitklingen der leeren Saiten seltener und weniger kräftig eintreten, da die Obertöne nicht mehr genau coincidieren. Man kann also sagen, je mehr ein Spieler sich an die natürliche Stimmung hält, je reiner er die Intervalle greift, um so mehr wird sein Spiel durch die übrigen Saiten unterstützt werden; er spielt in den meisten Fällen, obwohl der Bogen nur auf **einer** Saite wirkt, auf zwei Saiten, in sehr vielen Fällen auf drei, ja in einzelnen Fällen sogar auf allen vier Saiten, insofern entweder eine, oder zwei, oder alle übrigen Saiten mitklingen. Es ist gewiss eine schöne und bewundernswürdige Erscheinung, dass jede freie Saite jeden Augenblick bereit ist, den Klang der primären Saite zu unterstützen, und dass sie **immer** einen passenden und wohlklingenden Beitrag leistet, während Obertöne, die sich dem primären Klang nicht einfügen würden, auch nie mitklingen.

Man könnte vielleicht glauben, dass der primäre Klang eine gewisse Zeit hindurch andauern müsse, um die sekundäre Saite zum Mitklingen zu erregen; ich habe mich durch den Versuch überzeugt, dass dieses nicht der Fall ist; nein, dieses Mitklingen tritt a tempo, im nämlichen Augenblick ein, wo der primäre Klang entsteht; das Instrument und mit ihm die sekundäre Saite ist hiebei so empfindlich und so rasch zur Hand, wie die mitschwingenden Partien unseres Gehörorganes, so dass man behaupten

kann, das Mitklingen findet auch bei den im raschesten Tempo gespielten Passagen statt.

Es kann gegen die Gültigkeit der Tabelle der Einwand gemacht werden, dass beim Spiel sehr häufig zwei Saiten von Fingern besetzt sind, wodurch die Möglichkeiten des Mitklingens ziemlich reduziert werden. Dem gegenüber muss erstens bemerkt werden, dass dann noch immer zwei freie Saiten vorhanden sind, von denen unter Umständen die eine oder vielleicht beide sich am Mitklingen beteiligen; ausserdem unterliegt es aber gar keinem Zweifel, dass auch eine durch den Finger belastete Saite mitklinge, wenn sie mit dem primären Klang ein günstiges Intervall bildet. Ich habe mich hievon durch verschiedene Versuche überzeugt, musste aber wegen der Mannigfaltigkeit der hier möglichen Fälle davon abstehen, dieselben in die vorige Tabelle mit aufzunehmen. Allerdings tritt das Mitklingen bei Saiten, die durch den Finger verkürzt sind, viel schwächer ein, als bei ganz leeren Saiten; namentlich gilt das für die ohnehin kurzen und stark gespannten Saiten der Violine, während die langen Saiten des Cello auch noch bei einiger Verkürzung fähig bleiben, kräftig und hörbar mitzuklingen.

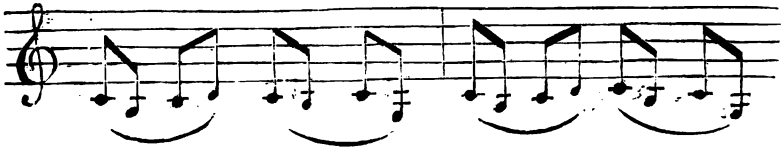
Ein Umstand, der in der vorigen Tabelle deutlich zu Tage tritt, darf hier nicht unerwähnt bleiben; es ist dies die Thatsache, dass nicht alle Klänge des Instrumentes gleichmässig durch Mitklingen verstärkt werden; manche Klänge rufen gar kein Mitschwingen der leeren Saiten hervor, manche erregen nur einen einzigen oder wenige Obertöne, während andere Klänge eine grosse Reihe von Obertönen zum Mitklingen zwingen. Zu den am meisten in dieser Richtung begünstigsten Klängen gehören a und $d_1$ auf der G Saite, $d_1$, $e_1$, $g_1$ und $a_1$ auf D, $a_1$, $h_1$ $d_2$ und $e_2$ auf A und $a_2$ auf der E Saite; man kann sich gerade bei diesen Klängen durch den Versuch von dem Vorhandensein des Mitklingens am besten überzeugen. Die beiden mittleren Saiten D und A sind in ihren Klängen besser begünstigt, als die beiden äusseren Saiten G und E; die ersteren sind eben auf beiden Seiten von mitschwingungsfähigen Saiten eingeschlossen. Diese ungleichmässige Begünstigung der einzelnen Klänge des Instrumentes ist ein neuer Grund für die Ungleichartigkeit der Klangskala der Streichinstrumente*). Jeder Spieler kennt die Thatsache, dass sein Instrument gewisse besonders gute aber auch gewisse weniger gute oder sogar schlechte Klänge hat; dies wird sich zwar nicht einzig durch das Mitklingen erklären lassen, vielmehr scheint hauptsächlich die Bauart des Instrumentes hier von Einfluss zu sein; indessen ist unzweifelhaft das Mitklingen auch eine der Ursachen, durch welche die Klänge des Instrumentes ungleichwertig werden. Dass namentlich auch gleichhohe, aber auf verschiedenen Saiten gegriffene Klänge in verschiedener Weise durch Mitklingen verstärkt werden, ist vielfach aus der Tabelle zu ersehen.

Es ist mir sehr wahrscheinlich, dass auch der Unterschied in der Klangfarbe gleich hoher Klänge auf der Violine und Viola wenigstens zum Teil in den für beide Instrumente sehr verschiedenen Verhältnissen des Mitklingens begründet sei. Ein

*) Man vergleiche damit die Resultate der II. Abhandlung über die Zusammensetzung der verschiedenen Klänge der Violine.

Klang der Violine wird eine andere Reihe von Obertönen und in anderer Intensität zum Mitklingen erwecken, als derselbe Klang auf der Viola. So ist z. B. die A Saite auf der Violine günstiger situiert als auf der Viola; denn auf dem ersteren Instrument ist sie von zwei Saiten eingeschlossen und kann also auf eine höhere und auf tiefere Saiten erregend wirken, die A Seite der Viola kann als die höchste nur tiefere Saiten zum Mitklingen zwingen; die Klänge der A Saite auf der Violine sind daher wohl auch reicher und heller als die entsprechenden der Viola. Bei der G Saite sind die Verhältnisse gerade umgekehrt; hier ist die Saite der Viola günstiger situiert als jene der Violine.

Nach dem bisherigen muss entschieden das Mitklingen der freien Saiten als eine für die Klangentwicklung der Streichinstrumente **günstige** Erscheinung bezeichnet werden. In seltenen Fällen jedoch kann dasselbe auch ungünstig wirken; dies findet statt, wenn die freien Saiten **längere** Zeit kräftig nachklingen, so dass ihr Klang mit den folgenden Klängen des Spieles in Zwiespalt kommt. Ich führe hier ein Notenbeispiel auf, bei dessen Wiedergabe auf der Viola diese unangenehme Wirkung besonders stark auftritt:



Wird diese Figur auf der G Saite der Viola gespielt und zugleich die C Saite frei gelassen, so kommt diese jedesmal, wenn der Ton $c_1$ gespielt wird, kräftig zum Mitklingen und dies dauert noch lange und kräftig genug fort, um mit den folgenden Tönen h und $d_1$ unangenehme Dissonanzen zu bilden. Solche Beispiele über unangenehmes Nachklingen liessen sich noch mehrere aufstellen. Es braucht indessen kaum gesagt zu werden, dass in solchen Fällen die unangenehme Wirkung leicht dadurch beseitigt werden kann, dass man die betreffende nachklingende Saite mit einem Finger belastet und dadurch am Mitklingen hindert.

Zum Schlusse dieser Abhandlung muss ich noch anführen, dass ich einen Teil der im Vorausgehenden beschriebenen Versuche über das Mittönen auch an dem unter dem Namen Monochord oder Sonometer bekannten physikalischen Apparat ausgeführt habe. Es zeigte sich dabei aber dieses Instrument viel weniger empfindlich als die Streichinstrumente, was ganz gewiss keinem anderen Umstande zuzuschreiben ist, als dem Mangel an einem geeigneten Stege. Das Monochord der Physiker hat an beiden Enden zwei wulstartige Stege, aber es hat eigentlich gar keinen Steg, wenigstens keinen Steg von jener ausserordentlichen Empfindlichkeit, wie sie dem Stege der Streichinstrumente zu eigen ist. Es ist bekannt,*) welch' grosse Bedeutung der Steg für die Erzeugung eines guten Klanges hat; er

*) Man vergl. Zamminer, die Musik u. die musikalischen Instrumente. Giessen 1855, pag. 34.

ist dazu bestimmt, die Schwingungen der Saite auf den Resonanzboden zu übertragen. Bei der Erscheinung des Mitschwingens ist es nun offenbar auch der Steg, der den Uebergang der Schwingungen von der primären Saite auf die sekundäre vermittelt und von seiner Empfindlichkeit wird es demnach auch abhängen, ob das Mitschwingen in grösserem oder geringerem Grade eintritt. Unter den Versuchen, die ich in der vorliegenden Abhandlung über des Mitklingen beschrieben habe, befinden sich gewiss viele von allgemeinerem Interesse, die sich zur Demonstration vor grösserem Zuhörerkreis eignen. Sollte nun hiezu das Monochord verwendet werden wollen, so müsste man dasselbe meiner Ansicht nach mit einem Steg versehen, wie ihn die Streichinstrumente besitzen; durch diese Ausrüstung würde das Instrument für alle Fälle, wo es sich nicht gerade um genaue Längenmessungen an Saiten handelt, nur gewinnen können, indem dadurch der in der Regel äusserst schlechte Klang des Instrumentes wenigstens einigermassen gebessert werden würde.

---

Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen über das Mitklingen der freien Saiten lassen sich in folgenden Sätzen zusammenfassen:

1. Jeder Oberton, der durch Streichen auf einer Saite (der primären) eines Streichinstrumentes erzeugt wird, ruft auf einer zweiten freien Saite (der sekundären) dieses Instrumentes den gleichen Oberton hervor, wenn diese letztere Seite fähig ist, jenen Oberton zu geben; dagegen kann ein Oberton der primären Saite keinen anderen (höheren oder tieferen) Oberton einer freien Saite hervorrufen. Daraus folgt:

2. Sind beide Saiten auf denselben Ton gestimmt, so überträgt sich der Klang der primären Saite mit allen seinen Klangeigentümlichkeiten auf die sekundäre Saite; fehlen z. B. dem primären Klange gewisse Obertöne, so fehlen sie auch im übertragenen Klang der sekundären Saite

3. Sind beide Saiten zwar verschieden gestimmt, ist ihr Intervall aber ein solches, dass deren Klänge mehrere Obertöne gemeinsam haben, so überträgt sich, wenn die eine Saite gespielt wird, die gemeinsame Gruppe von Obertönen auf die sekundäre Saite.

4. Die meisten der durch Streichen erzeugten Klänge der Streichinstrumente wirken in der unter Nr. 2 und 3 angegebenen Weise, wenn reine Intervalle gespielt werden, auf eine der übrigen freien Saiten erregend ein, so dass diese zu deutlich hörbarem Mitschwingen gezwungen wird; sehr häufig erstreckt sich die Wirkung auf zwei freie Saiten, in manchen Fällen sogar auf alle drei, und zwar beteiligen sich am Mitschwingen in den meisten Fällen mehrere Obertöne der sekundären Saiten. Genauen in's Einzelne gehenden Aufschluss hierüber gibt die Tabelle Seite 81. Daraus folgt:

5. Die Erscheinung des Mitklingens der freien Saiten hat für die Klangfarbe der Streichinstrumente eine wohl zu beachtende Bedeutung; denn die meisten Klänge derselben werden dadurch in der Weise günstig beeinflusst, dass eine Gruppe von Obertönen des primären Klanges durch

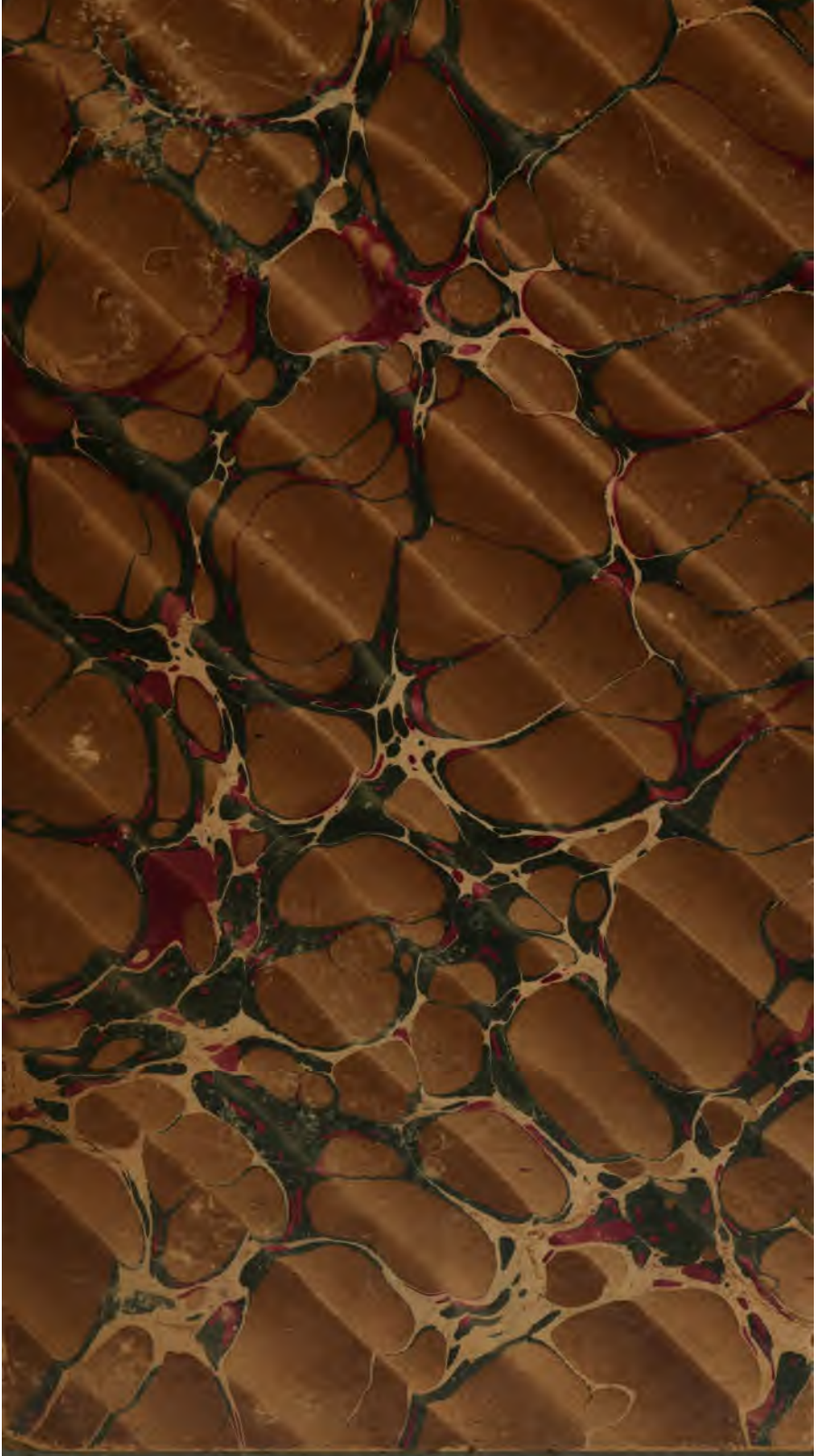
das Mitklingen der coincidierenden Obertöne der freien Saiten verstärkt wird. Ein Oberton, der im primären Klange nicht enthalten ist, klingt nie auf einer freien Saite mit, so dass die freien Saiten den primären Klang nur unterstützen, aber nie (durch Dissonanzen) schädigen können.

6. Es werden aber nicht alle Klänge des Instrumentes in gleicher Weise durch Mitklingen beeinflusst, sondern gewisse Klänge sind ganz besonders begünstigt, während andere gar kein Mitklingen hervorrufen. Folglich bildet das Mitklingen der freien Saiten auch eine jener Ursachen, welche die Ungleichartigkeit der Klangskala der Streichinstrumente bedingen. Ferner mag auch wohl die Verschiedenartigkeit der Klangfarbe gleich hoher Klänge, welche auf zwei verschiedenen Saiten desselben Instrumentes oder auf zwei gleichen Saiten verschiedener Instrumente (z. B. der Violine und der Viola) gespielt werden, sich teilweise durch die in diesen Fällen meist sehr verschiedenen Verhältnisse des Mitklingens erklären.

7. Nebenbei ergab die Untersuchung einen experimentellen Beweis für die Thatsache, dass die Flageolettöne der Streichinstrumente keine einfachen Obertöne, sondern aus mehreren einfachen Tönen zusammengesetzte Klänge seien.

book should
Library on or before th
below.

A fine of five cents
retaining it beyond the

Ple-

Mus 340.76.10
Untersuchungen uber die Zusammenset
Loeb Music Library
BDC7296
3 2044 041 141 797